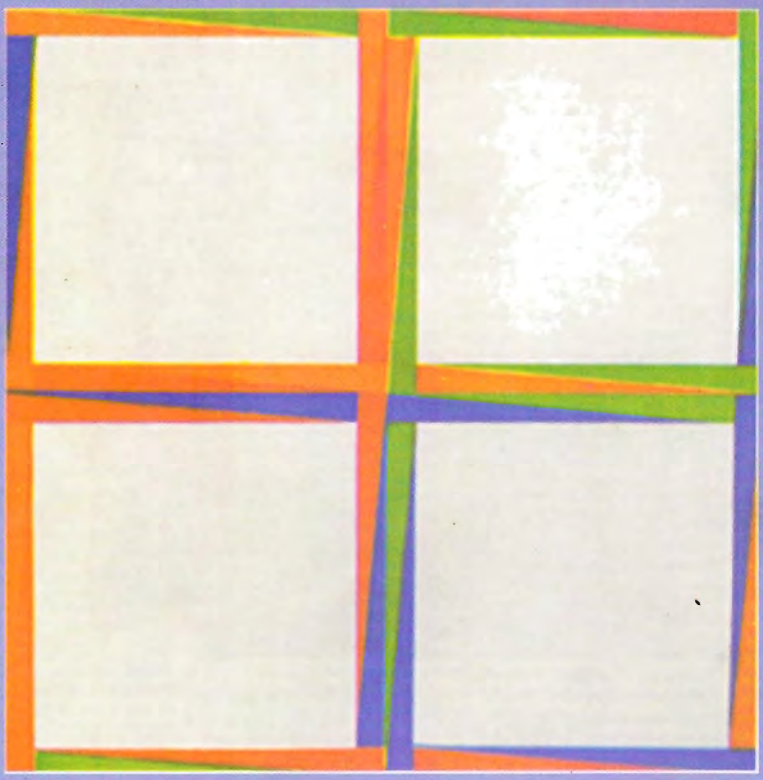
سور الأزبكية
www.n2u.cc

محمد مرسلي

منطق المحمولات



دار توبقال للنشر

www.booksall.net

منطق المجهولات

صدر للمـؤلـف

دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي

دار توبقال للنشر ، 1989 .

www.booksall.net

محمد مرسلي

منطق المحمولات

دار توبقال للنشر
عمارة معهد التسيير التطبيقي، ساحة محطة القطار
بلفدير، الدارالبيضاء 20300 – المغرب
الهاتف / الفاكس : 22.67.27.36 (212)
الفاكس : 22.40.40.38 (212)

ثم نشر هذا الكتاب ضمن سلسلة
المعرفة الفلسفية

الطبعة الأولى 2004
© جميع الحقوق محفوظة

www.booksat.net

طبع هذا الكتاب
بدعم من وزارة الثقافة

الإيداع القانوني رقم : 2003/2130
ردمك 1- 49 - 409 - 9954

تقـديـم

إن التطوير الفعال للفكر العربي المعاصر لا يمكنه أن يتحقق دون إمساك فعلي بعلوم النواة الصلبة للعقلانية. وعلى رأس هذه العلوم يتربع علم العلم: المنطق. فكما استطاع الفارابي وابن سينا والغزالي وابن رشد تطويع منطق زمانهم لبنيات لغتهم، أردنا تطويع منطق اليوم حتى يتمكن الفاعل الثقافي في مجتمعنا من الإمساك بمثل أو أحسن بما يمسك به أنداده من الفاعلين في الثقافات النشطة في عالمنا المعاصر.

لقد سار كتابنا الأول **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي** في هذا الاتجاه، وها نحن اليوم نضع بين أيدي القراء الكرام الكتاب الثاني الذي أطلقنا عليه اسم **منطق المحمولات**، ليكتمل بذلك الجزء الأول المؤسس لمبادئ المنطق المعاصر في أحدث صُوره.

في الفصل الأول من هذا الكتاب حللنا القضية الحملية من زاويتين (أرسطية أولاً ثم حديثة ثانيّاً) وعرضنا ما يمكن فهمه بمكوناتها من موضوع ومحمول وأسوار بشكل تقريري يروم التبليغ بالمثال ووضع القواعد التي ستتم أجرأتها في الفصول اللاحقة.

وفي الفصل الثاني ضبطنا نحو اللغة المحمولية قصد ضمان سلامة تركيبها، لِنَمُرَّ في الفصل الثالث إلى بيان شروط صدق عبارات تلك اللغة قصد التمكن من تعريف المفاهيم الدلالية المركزية فيها.

أما في الفصل الرابع والأخير فقد بسطنا القول في ثلاثة مسالك تقنية لاختبار حضور المفاهيم الدلالية المركزية من غيابها في اللغة المحمولية: المسلك التحليلي الذي يعود أصله إلى Quine والمسلك التشجيري الذي يعود أصله إلى Beth وSmullyan وأخيراً المسلك الاستنباطي الطبيعي الذي يعود أصله إلى Gentzen.

يمكن لهذا الكتاب إذا ضمّ إلى سابقه أن يغطي مقررًا متكاملاً من مقررات الإجازة الجامعية في أكثر من تخصص وتتم به تلبية مطلب الإحاطة بقواعد اللغتين الصوريتين (اللغة القضوية واللغة المحمولية) في كل المجالات العلمية التي تحتاج دراستها إلى ذلك.

محمد مرسلي

www.booksall.net

تـــوطئة

منْ مَنْطِق القَضَايا إِلى منطِق الـمَحْمُـولاَت

إن مختلف طرق البت والوسائل المسطرية الرمزية المرتبطة بها التي تعرفنا عليها في كـتـاب **دروس في المنطق الاسـتـدلالي الرمـزي**،[1] لا تكفي لبـيـان صـحـة هذا الاستدلال مثلا:

بعض المغاربة علماء

بعض العلماء مغاربة

ذلك أن صياغته الرمزية القضوية تعطينا الصورة الفاسدة:

ب

حـ

لكن صحة الاستدلال كما هو في اللغة العربية ليست موضوع جدال أي عاقل. فما الذي أدى ياترى إلى فساده القضوي؟.

في الكتاب السابق الذكر كان الاهتمام منصبّاً على دراسة الوسائل التي تربط القضايا إلى بعضها باعتبارها وحدات تامة ومغلقة قائمة بذاتها بغض النظر عن الاجزاء الداخلة في تكوينها. فالبنية التي كانت موضوع نظرنا بنية لعلاقات القضايا غير المحللة أو المفككة، عـلاقـات ضـبطتـهـا كلمـات منطقـيـة اصطلحنا على تسـمـيتـهـا بالروابط

(1) أنظر محمد مرسلي، **دروس في المنطق الاستدلال الرمزي**، دار توبقال للنشر، الدار البيضاء 1989.

القضوية. ومن ثمة انحصرت الصحة المنطقية آنذاك في حدود تلك البنية القضوية. لكن الاستدلال الذي نحن بصدده الآن لا تنبني صحته على العلاقات الخارجية بين قضاياه فقط، بل تنبني بالإضافة إلى ذلك على علاقات الأجزاء المكونة لكل من مقدمته ونتيجته أو قل لأجزاء قضاياه. من هنا تصبح البنية التي على أساسها نحدد صحة هذا الاستدلال بنية أكثر تعقيداً من سابقتها القضوية لأنها تتجاوز الإطار المجمل (أي القضية ككل) إلى داخله، فلن يكفي النظر للمقدمة «بعض المغاربة علماء» باعتبارها «ب» أو النظر للنتيجة «بعض العلماء مغاربة»، باعتبارها «جـ»، بل يجب تحليلهما وكشف بنيات العلاقات بين اجزائهما. إن النظرية المنطقية التي توفر لنا الوسائل القادرة على هذا التحليل وعلى ضبط ودراسة هذه البنيات تُسمى **منطق المحمولات أو منطق الدوال القضوية**.

ليس منطق المحمولات هذا نظرية غريبة عن النظرية الماضية، وإنما هو مَدٌّ للتحليل إلى أبعدَ ممَّا وقف عنده منطق القضايا. فكل ما تم لنا استيعابه في الدرس السالف يُعتبر جزءاً لا يتجزأ من الدرس الحالي. وكل ما سنقوم به يكمن في التقدم خطوات أُخرى في مجال دراسة العلاقات الاستدلالية الصورية للغة كي نتمكن من الإحاطة بجانب جديد من المنطق يؤهلنا لفحص ودراسة عدد أكبر من الاستدلالات التي تحفل بها اللغة الطبيعية أو غيرها من اللغات.

الفصل الأول

تَحْلِيل القَضِيّة الحَمْلِيّة

I ـ التحليل الأرسطي للقضية

I . 1. يُعتبر تحليل أرسطو للقول أقدم وأصلب محاولة منطقية لضبط مفهوم القضية البسيطة وتوضيح مكوناتها. ففي كتاب **العبارة** من **الأورغانون**، وعلى شاكلة أفلاطون، رأى أرسطو أن القضية (أو الحكم) باعتبارها نوعاً من القول تفترض ضرورة وجود عنصرين: إسم onoma وكلمة rhéma. وقد عرَّف الإسم بكونه «لفظة دالة بتواطؤ، مجردة من الزمان، وليس واحد من أجزائها دالاً على انفراده» (2,16 a 20-21). أما الكلمة ـ أو الفعل باصطلاح النحاة ـ فهي «ما تدل ـ مع ماتدل عليه ـ على زمان وليس واحد من أجزائها يدل على انفراده، وهي أبداً دليلُ ما يُقال على غيرها». (3,16 b 5-6).

وتنبغي الملاحظة هنا أن الدلالة على الزمان لا يُقصد بها الإفادة الأولى التي تنقلها حروف جذر الكلمة، بل ما تفيده الصورة الصرفية من إضافة زمنية هو المراد هنا. أما الفعل باعتباره لفظاً دالاً فما هو في نهاية المطاف وخارج كل تركيب نحوي إلا إسم: «وأقول إن الكلم إذا قيلت على انفرادها فهي تجري مجرى الأسماء فتدل على شيء، وذلك أن القائل لها يقف بذهنه عليه؛ وإذا سمعه منه السامع قنع به»؛ **العبارة**، (3,16 b 19-20). ويأتي آخر عنصر في التعريف الأرسطي للكلمة ليضع خاصية أساسية تميزها عن الإسم، إذ الكلمة تُقال إلى جانب الاسم وترتبط به لكونها دائماً دليل ما يقال علي غيرها، لذا جاز اعتبار:

(1) الإنسان يحضر.

حكماً أو قضية ولم يجز ذلك في:

(2) الإنسان الحاضر.

I . 2. أجزاء القول التي تهمنا منطقياً إذن إثنان من حيث الطبيعة: إسم وكلمة. غير أن كل قول ليس بالضرورة موضوعاً للمنطقي البرهاني؛ إذ لكي يصبح القول كذلك لابد من أن يكون جازماً أو خبرياً و«الجازم القول الذي وُجد فيه الصدق أو الكذب؛ وليس ذلك بموجود في الأقاويل كلها.» (4.17 a 3-4). إن هذا النوع من القول هو الذي يسميه أرسطو باسم «الحكم» وهو الذي يوقع شيئاً علي شيء أو ينزع شيئاً عن شيء. (5.17 a 2-3).

إن القول الذي يوجد فيه الصدق أو الكذب، (أي القول الذي يحكم) يصبح قضية أو مقدمة **propositio** عندما يكون جزءاً من قياس. ويورد له المعلم الأول في **التحليلات الأولى** التعريف التالي: «المقدمة هي قول موجب شيئاً لشيء أو سالب شيئاً عن شيء»، (1. 1.24 a 16) وأجزاؤه أيضاً إثنان، لكن العدد هذه المرة هو من حيث الوظيفة: شيء يوضع وشيء يُحمَل على ما وُضع؛ أي موضوع ومحمول. وعادة ما يُعبَّر عن الموضوع باسم وغالباً ما يُعبَّر عن المحمول بكلمة، وتبقى أجزاء القضية الملفوظة إثنان بالعدد، وتُسمى حينئذ بالإثنانية، أما لو عُبِّر عن المحمول باسم فإننا سنحتاج آنئذ لعنصر ثالث لغوي كي يستقيم القول الخبري نحوياً. نجحت بعض اللغات الطبيعية في تخصيص فعل أو فعلين لهذا الغرض (être وavoir في الفرنسية مثلاً)، في حين أو قفته لغات أخرى على بنية مخصوصة من بنيات الجمل فيها وذلك مثلا باشتراط حالة الرفع Le cas nominatif مع التنوين (العربية مثلاً). وباحتساب العنصر الثالث يمكن للقضية أن تصبح ثلاثية الأجزاء: موضوع ومحمول ورابطة وتسمى آنذاك بالثلاثية. وقد حاول بعض المناطقة العرب في العصر الوسيط في ترجمتهم أو شرحهم لمنطق أرسطو استعمال الضمير «هو» أو الفعل «يوجد» للتعبير عن الرابطة؛ فيقولون مثلاً: «الإنسان هو عاقل» أو «الانسان يوجد عدلاً» وذلك بقصد إظهار العنصر الثالث الذي اعتقدوا في دوره الصوري لتمثيل بنية القضية الحملية الثلاثية. وعليه فالقضية التي تأخذ الترسيمة «ع هو ل» (S est P) تُسمى قضية حملية واعتبرت هي البنية الأساسية التي تُرَدُّ إليها كل الأشكال الأخرى للقضايا وقد حاول البعض كذلك رد القضية الشرطية إليها.

I . 3. لقد أصبح من المشهورات ما لهذه البنية من علاقة ببنية الجملة في اللغة اليونانية، إذ ما القضية الحملية بهذا الشكل الثلاثي ألا الجملة الأسمية في اللسان اليوناني. كما أصبح من المشهور تلك الصعوبات الناجمة عن توظيف فعل الوجود

كرابطة، ففعل esti اليوناني يفيد بشكل رئيسي معنيين؛ معنى وجودي مملوء وآخر صوري الدلالة. وهذا ما نلاحظه مثلاً في نظيره الفرنسي « être » إذ يقوم في « l'homme est » بالدورين معاً. وهذا ما يُظهره التوليد التالي: « l'homme est un être » وقد عُزِل هنا « être » المحمول عن « être » الرابطة. قد ينشأ عن هذه الازدواجية في المعنى غموضٌ في الدلالة يقود أحياناً إلى الخطأ أو إلى التذبذ في تبيُّن البنية المنطقية للغة الطبيعية. ناهيك عما قد يفتحه هذا الموضوع من مجال واسع للجدال يتجاوز حدود المنطق الصوري.

ضمن هذا التحليل الثلاثي الذي يشترط الرابطة يتم إدراج القضايا التالية ضمن نفس النوع:

(1) الإنسان عاقل.

(2) سقراط إنسان.

(3) أرسطو تلميذ لأفلاطون.

وذلك لاشتراكها في نظر المنطق القديم في نفس البنية: موضوع ورابطة (مضمرة كانت أو ظاهرة) ومحمول كما يُبينه الجدول:

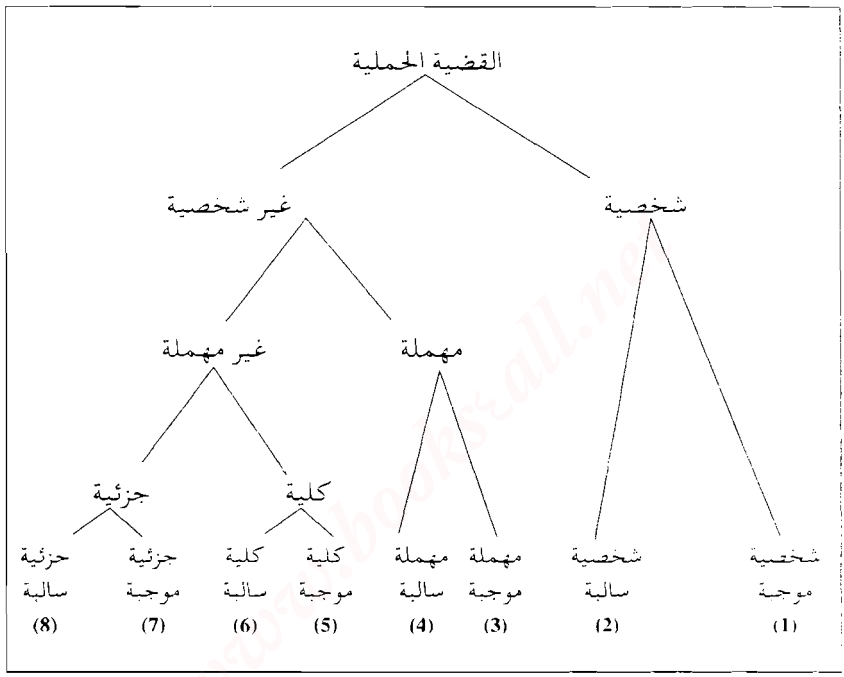
الموضوع	الرابطة	المحمول
الانسان	هو / يوجد	عاقلٌ / لاً
سقراط	هو / يوجد	انسانٌ / ناً
أرسطو	هو / يوجد	تلميذ /اً لأفلاطون

3.I

4.I. أن يكون اللفظ الذي يشغل محل الموضوع إسماً كلياً أو اسما جزئياً، أو قُل أن يكون الموضوع كلياً أو شخصياً فهذا لا يغير في شيء من البنية الصورية للقضية، فنتائج هذا التمييز تنعكس فقط على تنويع القضايا من حيث اعراضها قصد الاستثمار الاستدلالي. وهكذا فإن القضية الحملية التي يعترف بها المنطق القديم لا تخرج من حيث اعراضها عن التقسيمات التالية:

إما أن يكون الموضوع شخصياً أو كلياً؛ فإن كان الأول سُمِّيت القضية بالشخصية؛ وإن كان الثاني، فإما أن يُهمل كمُّهُ أو يُذكر، فإن أهمِل سميت القضية

بالمهملة وإن ذُكر، فإما أن يؤخذ كُلُّه أو يؤخذ بعضه، فإن كان الأول سُمِّيت القضية بالكلية وإلا سُمِّيت جزئية عند أخذ الثاني. وباعتبارنا أن القضية تكون دوماً إما موجبة أو سالبة فإن حاصل القسمة يكون ضعف عدد ما ذكرنا وهذا ما تعطيه الشجرة التالية:



وهذه أمثلتها:

(1) سقراط إنسان.

(2) سقراط ليس حجراً.

(3) الانسان في خسر.

(4) الانسان ليس في خسر.

(5) كل إنسان حيوان.

(6) لا إنسان حجر.

(7) بعض المغاربة يتكلمون الانجليزية.

(8) بعض المغاربة لا يتكلمون الانجليزية.

وواضح لك أن المنطق الأرسطي لم يتجاهل القضايا الشخصية. إلا أنه حصر استعمالها في حدود الاستدلال بالاستقراء أو بالتمثيل مقصياً لها عن القياس (الاستدلال الجامع). اذ استوجب ضرورة كون حدود مقدمات هذا القياس حدوداً كلية.

I.5. وجملة القول أن بنية القضية الحملية في المنظور الأرسطي ذات ثلاثة عناصر، موضوع ومحمول ورابطة. وأن هذه الأخيرة «معدودة في جانب المحمول»، إذ تعمل على ربط الثاني بالأول. أما الموضوع فقد يكون شخصياً (جزئياً) كما قد يكون كلياً، وفي كلتا الحالتين لم يكن لهذا الفرق أية أهمية علي مستوى البنية الصورية للقضية. ونختم بهذا النص الأرسطي:

«ولما كانت المعاني بعضها كلياً وبعضها جزئياً، وأعني بقولي «كلياً» ما من شأنه أن يحمل على أكثر من واحد، وأعني بقولي «جزئيا» ما ليس ذلك من شأنه: ومثال ذلك أن قولنا «إنسان» من المعاني الكلية، وقولي «زيد» من الجزئيات ـ فواجب ضرورة متي حكمنا بوجود أو غير وجود أن يكون ذلك أحياناً لمعنى من المعاني ا لكلية، وأحياناً لمعنى من المعاني الجزئية» (**العبارة**، 2 17 a 37-17 b 7)[1].

II ـ التحليل المحمولي الحديث للقضية

1.II. يأتي المنطق المحمولي الحديث مع Gottlob Frege (1848-1925) بتحليل مغاير يقلب تصورنا للقضية الحملية. فالفرق بين «الانسان عاقلٌ» و«سقراط إنسانٌ» فرق جوهري أعمق مما اعتقده المنطق الأرسطي، وذلك لكونه يمس البنية الصورية لهما. إن القضية الأولى غير معدودة في نفس البنية التي تدخل فيها القضية الثانية، فإن جاز لنا تسمية القضية الثانية باسم «الحملية»، فلا يجوز لنا ذلك في الأولى، لخلوها ظاهراً من موضوع الحمل المنطقي. إن لفظة «الانسان» فيها وإن كانت من وجهة نظر النحو موضوعاً فليست من وجهة نظر المنطق كذلك. فما هو إذن الموضوع ثم ما هو المحمول في إطار هذا التحليل الجديد؟

(1) إن الترجمة الانجليزية للجملة الأخيرة من هذا النص أكثر وضوحاً وخدمة لعرضنا:

«Our propositions necessarily sometimes concern a universal subject, some times an individual.» Trad. E.M. Edghill.

2.II. منذ أرسطو تَمَّ التمييز بين المعاني الكلية والمعاني الجزئية (أو الشخصية) أو قل تَمَّ التمييز بين الألفاظ ذات الدلالة الكلية والألفاظ ذات الدلالة الشخصية. ومنذ أرسطو كذلك تَمَّ التمييز بين الألفاظ (أو المعاني) التي تُقال (أي تُحمل على غيرها) وبين الألفاظ (المعاني) التي لا تُقال (أي لا تحمل على غيرها) [**كتاب المقولات**، الفصل الثاني]. فالتي تُقال هي الكليات مثل « إنسان » و« أبيض » والتي **لا تقال هي** الجزئيات (الشخص أو العين أو المفرد) مثل « سقراط » و« هذا الأبيض ». فإن جاز طبقاً لهذا التقسيم الأرسطي حمل « إنسان » والإخبار به على ما يصدق عليه من أشخاص مثل « سقراط » و« كالياس »و« زيد » مثلاً بقولنا « سقراط إنسان » و . . .الخ. فلا يجوز حمل « سقراط » لأن « سقراط » لا يقال إلا على سقراط وذلك لأن « سقراط » إسم علم لشخص مخصوص. ولئن سمحت لنا اللغة العربية بتركيب الجملة المفيدة « هذا هو سقراط » التي تأخذ الترسمية الكلاسيكية « ع هو ل »، فليس فيها حمل ولا إخبار وإنما هي راجعة إلي قولنا « سقراط »، أي كأنك قلتَ في مقام حضور سقراط « سقراط ».

3.II. ها نحن إذن ومنذ أرسطو على علم بوجود هذين النوعين من المعاني (أو من ألفاظ اللغة). غير أن المعلم الأول وفي الوقت الذي سمح فيه لكليهما بالحلول محل موضوع القضية يكون بذلك قد جمع في بنية واحدة قضيتين مختلفتين صورياً. وهنا سيكمن التجديد الذي سيدخله المنطق المحمولي الحديث إذ سيُقصر هذا الأخير وظيفة الموضوع على المعاني (أو الألفاظ) الجزئية معتبراً أن كل ما عداها من معاني (أو ألفاظ) كلية ذو وظيفة حملية. ويُقصد بالوظيفة الحملية هنا بكل بساطة إمكانية قولها على غيرها من موضوعات. في اللغة العربية، يُمكن للإسم الكلي مثل « إنسان » أن يُقال على غيره بدون واسطة: « زيد إنسان » ونقصد هنا الواسطة الظاهرة. أما في اللغات الهند وأوربية فلا بد له منها، « Socrate est un homme » في الفرنسية مثلاً. ففي هذه اللغة ومثيلاتها يُصبح المحمول هو كل ما عدا « Socrate » أي « est un homme ». وحسن حظنا في اللغة العربية يكون المحمول هو كل ماعدا « زيد »، وما عدا زيد في « زيد إنسان » هو « . . . إنسان ».

لا شك أنك لاحظتَ أن إسقاط « زيد » أو إسقاط « Socrate » يؤدي إلى بقاء شيء في الجملتين، وهذا الباقي هو الذي استقر رأي المنطق المحمولي الحديث على تسميته بالمحمول. وهكذا إذا كان لنا:

«عمر إنسانٌ».

«المغرب دولةٌ».

وقُمنا بإهمال ذكر الأسماء الشخصية (وهي هنا أسماء علم)، فسيكون الحاصل:

«... إنسانٌ».

«... دولةٌ».

عبارة عما يُطلق عليه اسم المحمول، وغني عن البيان في هذا المقام أن المحمول ما هو إلا قضية أُهمل تعيين الموضوع فيها، أو قل كما قال برتراند راسل إنه «صورة لقضية».

4.II. لقد تبنَّى المنطق المحمولي الحديث إذن قسمة حاسمة للكلم الدال في اللغة: كلمات لا يمكنها أن تكون إلاَّ موضوعات وكلمات لا يمكنها أن تكون إلا محمولات. تدخل أسماء الأعلام وما يجري مجراها في القسمة الأولى في حين تدخل الأسماء والأفعال والنعوت وما يجري مجراها في القسمة الثانية.

فلو أعطينا للفئة الأولى الرموز سـ، صـ، عـ، فـ، هـ، و. مـ

سـ، صـ، عـ، فـ، هـ، و. مـ

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

سـ، صـ، عـ، فـ، هـ، و. مـ

كمتغيرات للموضوعات، وأعطينا الرموز:

ك، ل، م، ن، ع.

ك، ل، م، ن، ع.

. . . . .

. . . . .

. . . . .

ك، ل. م، لنا، ع.

كمتغيرات للمحمولات، لأصبح في إمكاننا تأدية المحمول «... إنسان» على هذا الشكل «سـ إنسان» وبإحلال «ك» محل «إنسان» يمكن أن نكتب في خطوة أولى: «سـ ك» قاصدين: «سـ هو ك» وفي خطوة ثانية نستعيض عن «سـ هو ك» بما يؤديها باختصار ويُسر ونكتب:

ك (سـ)

أما الجملة «اغتنى فلان» فكل ما تفيده أن فلاناً ما أصبح غنياً دون أن تعين من هو، فقد يكون هو زيد أو عمر أو... الخ؛ لذا نستعيض عن «فلان» بمتغير من متغيرات الموضوع الشخصية ونعيد كتابة الجملة هكذا:

«اغتنى سـ»

وبإحلال أحد رموز المحمول، نحصل على ما حصلنا عليه من قبل: ك (سـ).

وإن كان قصدنا كتابة الجملة «البحتري شاعر» ذات الموضوع المعلوم لنا، فإننا نبدأ باستخراج محمولها أولاً وذلك بإهمال ذكر موضوعها هكذا:

«... شاعر»

التي تؤول (بعد تعيين «ك» للمحمول وإحلال متغير شخصي بالفراغ المُنَقَّط) إلى:

ك (سـ)

ما كتبناه إذن ليس هو الجملة «البحتري شاعر» بل هو فقط «فلانٌ شاعر»، فما العمل؟ هنا ندخل الرموز الجديدة:

سَ، صَ، عَ، قَ، هَ، وَ، مَ

سِ، صِ، عِ، قِ، هِ، وِ، مِ

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

سّ، صّ، عّ، قّ، هّ، وّ، مّ

وهي كما تلاحظ نفس الحروف المخصصة للمتغيرات الشخصية لكنها تحمل علامة تُخرجها عن ما عُيِّنت له إلى الوظيفة التالية: إنها تقوم بدور الأسماء الشخصية المعروفة. وهكذا فـ«سَـ» مثلاً اسم لشخص مثله مثل «البحتري» أو «أرسطو»، فإذا كان الشخص البحتري يُسمى في الجملة «البحتري شاعر»، «البحتري»، فإنه أي نفس الشخص يُسمى «سَـ» في لغة منطق المحمولات ونكتب:

ك (سَـ)

قد تتساءل عن الفرق إذن بين «ك (سـ)» و«ك (سَـ)» فنقول لك:

1 ـ سـ في ك (سـ) بدون فتحة فهي من جملة المتغيرات الشخصية في حين أن سَـ في ك (سَـ) ذات فتحة فهي من جملة المجموعة الجديدة من الرموز التي نطلق عليها إسم الثوابت الشخصية أو أسماء الأشخاص المعروفة.

2 ـ وبناء على النقطة الماضية ستفهم أن ك (سـ) تترجم « . . . شاعر»، في حين تترجم لك ك (سـ) الجملة: «البحتري شاعر».

3 ـ وأخيراً لعلك أدركت أن الكتابة الأولى تترجم لكَ قضيةً أُسقط ذكر اسم موضوعها بينما تأتيك الكتابة الثانية بخبر تام أو قضية. أو قل باختصار:

ك (سـ) = محمول أو صورة لقضية،

وك (سـ) = قضية تامة معروفٌ موضوعها ومحمولها.

5.II. بكتابتنا للقضية أو لصورتها بواسطة رمزين لاغير، نكون بذلك قد حصرنا بنية القضية البسيطة في عنصرين فقط؛ الموضوع والمحمول بالمعاني التي سبق لنا تحديدها. فهل تم الاستغناء عن العنصر الثالث الذي اشترطه المنطق التقليدي الأرسطي وسماه بالرابطة؟

1.5.II. للإجابة عن هذا السؤال، لا بد من تقديم المسلمة التالية:

> لا يمكن لأي منطق صوري كيفما كانت قوته أن ينقص أو يزيد عمَّا هو معطى في لغة طبيعية من اللغات البشرية.

وعليه، إن وُجدت كلمةٌ رابطةٌ في لغة طبيعية ما، فهي موجودة في تلك اللغة ووجودها محدود بحدود اللغة عينها. وإن لم توجد في لغة طبيعية أخرى، فهي غير موجودة في هذه اللغة وعدمها محصور في حدود هذه اللغة. وها هنا يبرز تفاضل اللغات الصورية (اللغات المنطقية) في مدى قدراتها على استيعاب مختلف البنيات الطبيعية المتنوعة في بنية أعم تستطيع تيسير دراسة العلاقات الاستدلالية الصورية الممكنة داخل مختلف الانساق اللغوية الطبيعية. عندما حاول بعض المناطقة العرب في العصر الوسيط تخصيص كلمة عربية للرابطة، كانت محاولتهم تلك كمحاولة من يريد إيجاد مالا وجود له في لغة لوجوده في غيرها. وتناسوا ـ وهم معذورون في نظرنا ـ أن الكلمة الرابطة ليست جزءاً من اللغة المنطقة الصورية، وإنما هي جزء من اللغة الطبيعية التي صاغ بها أرسطو ومن تبعه منطقهم. وعذرهم كما هو عذر من اعتقد اعتقادهم أن اللغات الرمزية الصورية لم تكن قد ولدت بعد بخلاف ما عليه الحال في زماننا.

2.5.II . نأتي الآن للجواب على ما سُئلنا عنه .

عندما توسلنا لمعرفة المحمول في القضية البسيطة (أنظر 3.II) بقولنا هو ما يبقى في الجملة بعد إسقاط ذكر الموضوع الشخصي عنها، وضعنا بذلك مخرجاً لما كان يسمى في المنطق التقليدي الأرسطي بمشكل الرابطة . إذ أن ما سيبقى في القضية الشخصية البسيطة التي أُهمل ذكر موضوعها سيكون بحسب اللغات الطبيعية إما فعلاً أو إسما (بدون فعل) أو إسماً مصحوباً بما كان يُطلق عليه فعل الوجود، وبما أن هذا الباقي في الحالتين معاً هو المحمول في حسابنا، فسيكون فعل الوجود إن توفر في لغة من اللغات الطبيعية معدوداً في جانب المحمول وإن لم يتوفر في لغة أُخرى كما هو الشأن في عربيتنا، فكفانا الله شَر إشكالاته . وبهذا تكون البنية « ك (سَـ) » قادرة على الصوغ الصوري لكل قضية شخصية بسيطة في كل اللغات، تتساوى في ذلك ذات الرابطة مع معدومتها .

وعلى خلاف الجدول [3.I] أعلاه يعطينا المنطق المحمولي الحديث للقضايا التالية :

1 ـ البحتري شاعر .

2 ـ اغتنى عمرو .

الجدول الذي يُراعي طريقة البدء بالمحمول :

المحمول	الموضوع
1 ـ شاعر 2 ـ اغتنى	البحتري عمرو

1.2.5.II

هذا بالنسبة للغة العربية التي قيل أنها لا تتوفر على فعل للوجود يقوم مقام الرابطة، أما جدول القضايا الشخصية البسيطة للُغة تتوفر على ذلك الفعل فلن تكون أعمدته خارجة في عددها عن عدد ما يوجد في الصيغة « ك (سَـ) » من حروف :

المحمول	الموضوع
est un homme . se promène.	- Socrate - Aristote

2.2.5.II

6.II. لعلك لاحظت أن جمل اللغة العربية التي خدمتنا أمثلتها لم تخرج عن النوعين التاليين:

جملة إسمية من مبتدأ وخبر والخبر فيها إسم؛ وجملة فعلية والفعل فيها لازم. وأنهما داخلتان معاً تحت نفس البنية المنطقية. وأن موضوع كل واحدة منهما واحد بالعدد لفظاً ومعنىً ومحمولاتهما هي كذلك واحدة لفظاً لكنها متكثرة معنىً للكثرة الحاصلة فيمن يصدق عليه قول «شاعر» أو يُقال عنه «اغتنى» من موضوعات تؤخذ فرادى. فـ«شاعر» تصدق على «البحتري وعلى أبي تمام وعلى المتنبي... الخ» أما «اغتنى» فتُقَال على «عمرو وعلى روكفلر وعلى نص بلاصا[1]... الخ». فأيّ ممن ذكر اسمه موضوع واحدٌ لما حُمِل عليه. فكان للمحمول في الجملتين موضوع واحد وواحد فقط.

1.6.II. غير أننا نستطيع تركيب جُمَل أخرى من مثل:

3 ـ البحتري أشعر من أبي تمام.

4 ـ روكفلر أغنى من نُص بلاصا.

إن أدخلنا هما في الجدول (1.2.5.II)، كانت محمولاتهما «أشعر من أبي تمام» و«أغنى من نُص بلاصا»، وكانت موضوعاتهما «البحتري» و«روكفلر»، وتكون بنيتهما راجعة بالتالي إلى نفس الصورة المنطقية ك (سـ). ولو سمينا البحتري بـ«سـ» وروكفلر بـ«صـ» لأصبحنا بعد تعيين ك ول للمحمولين أمام:

$\overline{3}$. ك (سـ) = البحتري أشعر من أبي تمام.

$\overline{4}$. ل (صـ) = روكلفر أغنى من نُص بلاصا.

لكن اللغة العربية تسمح لنا كذلك بإعادة صياغة الجملتين 3 و4 على هذا الشكل:

5. أبو تمام، البحتري أشعر منه.

6. نُص بلاصا، روكلفر أغنى منه.

ويظل المضمون الخبري واحداً رغم تغير ترتيب الألفاظ فيهما. فهل سيحافظ التحليل الذي يقدمه لنا الجدول (1.2.5.II) على وحدة المضمون هذه؟.

1) «نُص بلاصا» شخص اشتهر بثروته بعد أن كان فقيراً في المغرب إبان الثمانينات من القرن الماضي.

2.6.II . نبدأ بجدلهما فيه :

المحمول	الموضوع
5. البحتري أشعر منه	أبو تمام
6. روكفلر أغنى منه	نُص بلاصا

ثُم نضع الجدول الموصوف في (1.6.II) لكل من 3 و4 :

المحمول	الموضوع
3. أشعر من أبي تمام	البحتري
4. أغنى من نُص بلاصا	روكفلر

لننظر الآن فيما يمكن أن ينجم عن المقارنة بينهما. إن أول ما نلاحظه أن أسماء العلم التي عُدت في خانة الموضوع من أحدهما أصبحت جزءاً مما عُدَّ في خانة المحمول من الجدول الآخر. وإن نحن أردنا كتابة الجملتين العربيتين 5 و6 بنفس الطريقة المحمولية التي كتبنا بها 3 و4، فسيكون الحاصل بعد وضع التَّسميات :

عَ = هو اسم أبو تمام لأن البحتري سميناه سَ.

قَ = هو اسم نُص بلاصا لأن روكلفر سميناه صَ.

م = هو المحمول « البحتري أشعر منه » .

لأن « أشعر من أبي تمام » هو ك .

ك = هو المحمول « روكلفر أغنى منه »

لأن « أغني من نُص بلاصا » هو ل .

هو :

5 . م (عَ)

6 . ك (قَ) .

ما وصلنا إليه يُجيب إجابة قاطعة بأن تحليل الجملتين بهذا الشكل لم يحافظ على نفس المضمون الخبري الذي تعطيه الجمل في اللغة العربية. لاحظ أن:

(5) تقول ما قالته (3)

(6) تقول ما قالته (4)

ولكن سيكون من باب الكذب والشناعة الإدعاء بأن:

(5′) تقول ما قالته (3′) أو أن

(6′) تقول ما قالته (4′)،

إذ يكفيك النظر في هيئاتها المحمولية للإقتناع بهذا:

(5′) م (عـ) ليست هي (3′) ك (سـ)

(6′) ن (قـ) ليست هي (4′) ل (صـ).

3.6.II. فهل معنى هذا أن التحليل المنطقي للقضية إلى موضوع ومحمول تحليلٌ غير كاف للإحاطة بكل بنيات الجمل الخبرية التي تنتجها اللغات الطبيعية؟

1.3.6.II. تتوقف الإجابة عن هذا السؤال على نوع المنطق الواصف للتحليل فيه. فلو كان المنطق المقصود مطابقاً للنظرية الأرسطية في كل أصولها وفروعها لجازت الإجابة بالنفي والدفع بصلاحية وكفاية التحليل الذي يرجع كل الجمل الخبرية إلى بنية حملية يُسنَد فيها شيء على شيء. والحجة في ذلك أن ما يُقصد في هذه النظرية من الجملة الواردة في السؤال: «كل بنيات الجمل الخبرية للغات الطبيعية» هي الجمل الصالحة للدخول في القياس، النموذج الأمثل والأصلح والأوثق للإستدلال العلمي. ومادام أنه في هذه النظرية لاعلم إلا بالكليات، فلن يبقى هناك مجال يُمكن للجمل اللغوية ذات الموضوعات الشخصية أن تستغله لزعزعة التماسك العام للتحليلات المنطقية. وإن طالب مطالبٌ ملحاح بأمر الإطلاع على رأي النظرية في كل ما يتعلق بها وبإشكالاتها أحالته النظرية الأرسطية على التحليلات الجدلية والخطبية التي تستمد أصولها من «**المقولات**».

2.3.6.II. أما لو كان المنطق المقصود مطابقاً للمنطق المحمولي الحديث لآنتصب الجواب بالإثبات على وجه التقييد لا الإطلاق. إن القول بأن كل جمل اللغة الطبيعية تنحل إلى موضوع ومحمول دون قيد التنوع في المحمول أو التعدد في الموضوع قول يصعب الدفاع عنه بدلالة الأمثلة السالف ذكرها. باستحضار هذا القيد يمكن القطع بأن كل الجمل الشخصية التي تنتجها اللغات الطبيعية تنحل دوماً إلى موضوع (أو موضوعات) ونوع ما من المحمولات.

1.2.3.6. II . لنُعد الكرة الآن ناظرين في الجملتين (1) و(3) قصد تفَصيل ما أجملناه في الفقرة الماضية. لقد سبق لعلمنا أن محمول (1) هو:

« . . . . شاعر » أو قُل:

« سـ شاعر »

وأن محمول (3) هو:

« . . . . أشعر من أبي تمام » أو قُل:

« سـ أشعر من أبي تمام ».

في محمول (3) زيادة لم تكن في محمول (1) وتكمن هذه الزيادة في تَرَكُّبه من ألفاظ ينتمي كل واحد منها إلى نوع من النوعين اللذين أفرزتهما لنا قسمة الألفاظ (أو المعاني): الألفاظ الجزئية والألفاظ الكلية. فلفظ « أبو تمام » يُسمِّي شخصاً بينما يُسمى اللفظُ « أشعر من » علاقة تفاضل تقيم نسبة بين شخصين في صفة الشاعرية. وبإجرائنا لنفس الحيلة التي مارسناها في (3.II) على محمول (3) نحصل على:

« سـ أشعر من . . . . » أو قل:

« سـ أشعر من صـ ».

ولعلك أدركت الفرق بينه وبين محمول (1). وإن سبق لعملك أن هذا الأخير يُقال (بمعنى يصدق) على موضوعات تؤخذ فرادى. فأضف الآن لعلمك أن محمول (3) وما يجري مجراه يُقال (بمعني يصدق) هو كذلك على موضوعات لكنها بدل أن تؤخذ فرادى، تؤخذ مثنى مثنى. وهكذا إن اصطلحنا على تسمية المحمولات المماثلة لمحمول (1) باسم: المحمول الواحدي وتسمية المماثلات لمحمول (3) باسم: المحمول الإثناني، أمكننا القول إن القضية (1) ذات محمول واحدي وأن القضية (3) ذات محمول إثناني.

نحتفظ بنفس مجموعة رموز متغيرات المحمول التي سبق لنا إدخالها ونكتب القضايا ذات المحاميل الاثنانية على هذا النحو:

ك (سـ ، صـ)

وتكون هذه العبارة نقلاً للجملة (3)، وإن شئتَ نقل الجملة (4) فما عليك إلا القيام بالخطوات التالية:

(4) روكفلر أغنى من نُص بلاصا.

ا ـ باسقاط أسماء العلم منها تحصل على:

« . . . . أغنى من . . . . »

2 ـ باحلال متغيرات الموضوع محل الفراغات تحصل على :

« سـ أغنى من صـ»

والحاصلُ محمولٌ إثناني، إن سميّته 'ل'، فستكتبه :

ل (سـ ، صـ) .

3 ـ بتسمية روكفلر باسم الثابت الشخصي عَ وتسمية نُص بلاصا باسم فَ، بإحلال هذه الأسماء محل المتغيرات الشخصية في المحمول، تحصل على القضية :

ل (عَ، فَ) .

وهي الترجمة المحمولية لـ (4) .

وعلي نفس النهج يمكنك ترجمة الجمل الآتية :

ـ قيس يحب ليلى .

ـ 6 أكبر من 5 .

ـ فاز كلينتون على بوش في الانتخابات الرئاسية .

ـ أحبها .

ـ تزوَّجته .

2.2.3.6.II . أوضحت لنا الفقرة الماضية أن هناك محاميل تُقَال على موضوعات تؤخذ مثنى مثنى، وهي المحمولات الإثنانية . وفي الفقرة الحالية نَطلع على محاميل تقال على أكثر من ذلك، إما مأخوذة ثلاث ثلاث أو رباع رباع أو فوق ذلك . ففي العربية نجد الجملة الشخصية :

« تقع الرباط بين القنيطرة والبيضاء » .

التي تَضُم ثلاثة أسماء علم . إن أنت أهملت تعيينها خرجت بالمحمول :

« تقع سـ بين صـ وعـ» الذي يضم ثلاثة مواقع مشغولة بثلاثة متغيرات شخصية . وما كان من المحمولات هذه حاله فأطلق عليه إسم المحمول الثلاثي واكتبه :

ك (سـ، صـ، عـ)

وإن عيَّنت لـ « تقع بين » الرمز « ك » و« للرباط والقنيطرة والبيضاء » على التتابع الرموز « سَـ، صَـ، عَـ»، تستطيع أن تنقل الجملة العربية إلى اللغة المحمولية على هذا النحو :

ك (سَـ، صَـ، عَـ)

أما الجملة العربية « توسط عمر عند أحمد لإقراض محمد مائة دينار »، فتضم أربعة أسماء علم تُسمي أربعة موضوعات أُخِذَت تحت المحمول :

« توسط سـ عند صـ لإقراض عـ ف ».

وتكون كتابتها في اللغة المحمولية بعد تعيين معاني الرموز هي:

ك (سَـ ، صَـ، عَـ، قَـ).

وعلي العموم نقول خاتمين:

تتوفر اللغة المحمولية ـ لغة المنطق المحمولي الحديث ـ على وسيلة لكتابة المحاميل التي تؤخذ موضوعاتها تحتها فرادى أو مثنى مثنى أو ثلاث ثلاث أو رباع رباع أو ما فوق ذلك حتى وإن عجزت اللغة الطبيعية عن الإتيان بأمثلة لهذه الأخيرة.

3.2.3.6.II. إن ترتيب رموز المتغيرات الشخصية أو رموز الثوابت داخل القوسين في المحمولات، أو القضايا الاثنانية فما فوق، ذو دلالة لا غنى عنها. وعليه فكل تغيير يقع فيه قد يؤدي إلي تغيير في معني القضية أو معنى المحمول. فالقضية « ك (سَـ، صَـ، عَـ) »ليست هي القضية « ك (صَـ، سَـ، عَـ) »؛ فإن صدق أن « الرباط تقع بين القنيطرة والبيضاء »، فمن الكذب أن « القنيطرة تقع بين الرباط والبيضاء ». وإن كانت « 4 أكبر من 2 »، (أو إن شئتَ) « ك (سَـ، صَـ) » صادقة. فإن: « ك (صَـ، سَـ) »، (أو إن شئتَ) « 2 أكبر من 4 » تكون كاذبة. فسلِّم لنا الآن حدسياً بأهمية هذا الترتيب إلى أن ياتيك بيان علته صورياً (الفصل الثالث).

تمارين

ا ـ استخرج المحمول في القضايا التالية:

أ ـ حضر الطالب.

ب ـ حميد طالبٌ مجتهد.

حـ ـ حميد ورفيق طالبان.

دـ دخل أحمد إلى القاعة 34.

هـ ـ تقع النقطة ① والنقطة ② على المستقيم (أ ب) أما النقطة ③ فتقع بينهما على نفس المستقيم.

2 ـ انقل العبارات الماضية إلي اللغة المحمولية.

3 ـ بين أن الجمل (3) و(4) من الفقرة (1.6.II) أعلاه تقولان ما تقوله الجمل (5) و(6) من نفس الفقرة، معتمداً على الكتابة المحمولية لهما.

III. الأسوار

1.III. لتكن الصورة القضوية أو المحمول:

« سـ شاعرٌ».

فبواسطة تشخيص المتغير سـ يمكن مثلاً أن نَحْصُل منها على:

1 ـ نزار شاعرٌ.

2 ـ صاحب ديوان الرسم بالكلمات شاعرٌ.

لكننا نستطيع لغة إحلال نوع آخر من الالفاظ محل سـ قائلين:

3 ـ البعض شاعرٌ.

4 ـ الكل شاعرٌ.

في الجملتين 1 و2 سمينا الموضوع باسم علم تارة، وبرسم شخصي تارة أخرى. أما في الجمليتن 3 و4 فقد قامت «البعض» و«الكل» على التوالي بدور المبتدأ نحواً. وفي كل الحالات الأربع أصبحنا أمام قضايا تحتمل الصدق والكذب. غير أن هناك بين المجموعة الأولى منُهنّ والثانية فرقٌ. ذلك أن الألفاظ التي حلت مبتدأً في 3 و4 لا تُسمِّي شخصاً أو ترسمُهُ كما هو حال ألفاظ مبتدأ 1 و2. إنها ألفاظ جاءت لتوضيح كمٍّ ما نتحدث عنه مثلها مثل: كثير، قليل، واحدٌ، أحدٌ، لا أحد، كل شيء، بعض الأشياء... الخ. وهي الألفاظ التي نطلق عليه اسم: ألفاظ الكم أو الكمية. إن قولي «البعض شاعرٌ» معناه أن البعض ممن أتحدث عنهم يتصف بصفة شاعر. أما قولي «الكل شاعر»، فيُفيد موضحاً الكم الكلي لمن يتصف بتلك الصفة.

وعلى العموم نقول: إن ألفاظ الكم هي تلك الكلمات التي تأتي لحصر كمٍّ الأشياء التي تتصف بصفة أو تدخل في علاقة مع أشياء. ففي تصنيفه **للألفاظ المستعملة في المنطق**، يُدخل الفارابي مثل هذه الألفاظ في خانة ما أطلق عليه إسم الواصلات[1] التي تدخل بدورها في فئة الحروف أو الأدوات. ومن الواصلات، يقول الفارابي، «الحروف التي تُقرن بالاسم فتدل على أن الحكم الواقع على المسمَّى هو حكم واقع على جميع أجزاء المسمّى، وهو مثل قولنا كلّ. ومنها ما يدل أنه حكمٌ على شيء من اجزائه لا كله، وهو قولنا بعض وما يقام مقامه» (ص.44). وقد استقر رأي المناطقة العرب في العصر الوسيط على تسمية هذا النوع من الألفاظ المُكمِّمة باسم الأسْوَار، ويكون السور إذن هو اللفظ الذي «يُبَيِّن كمية أفراد ما يصدق عليه الحكم»[2].

(1) انظر، ص. 44.

(2) يقول القزويني الكاتبي في **الرسالة الشمسية**، ص، 71: «ويُسمى اللفظ الدّال عليها سوراً».

وعليه، فرغم دخول لفظي الكم «البعض والكل» كمبتدأ في الجملتين 3 و4، فيهما مع ذلك لا يُشكّلان موضوع الحمل في القضيتين لأن الحروف بصفة عامة، والأسوار من بينها، لا توضع ولا تحمل بإجماع المناطقة قديمهم وحديثهم. فأين هو الموضوع إذن في 3 و4؟.

2.11. عندما حولنا الصورة القضوية «سـ شاعر» إلى القضية «البعض شاعر» كنا بالواقع كمن يقول:

$\bar{3}$ ـ «بعض سـ شاعر».

وعندما حوّلنا 4 إلى «الكل شاعر»، كنا نقول:

$\bar{4}$ ـ «كل سـ شاعر».

وإن أنت أمعنت النظر في $\bar{3}$ و$\bar{4}$ في ضوء ما سبق لك علمه حتى الآن، (خاصةً معنى الموضوع ومعنى المحمول في المنطق المحمولي الحديث) بانَ لك أن «سـ» فيهما مُضغَمةٌ. وإن قمت بفك إضغامها حصلتَ على:

3 ـ «بعض سـ، سـ شاعر».

4 ـ «كل سـ، سـ شاعر».

ويمكنك أن تقرأهما باللغة العربية هكذا:

3 ـ «بعضهم، هو شاعر»

4 ـ «كل واحد منهم، هو شاعر».

دعك مما سبقهما من ركاكة واصرف نظرك بالضبط إلى الألفاظ التي كانت وراء تلك العلة. لا أخالك إلا وأنت منقادٌ إلى القول بأنها هي الضمائر المتصلة والمنفصلة التي صرّح بها لسانُنا لفظاً فيهما بعد أن كانت مطوية في ضميرنا لَمّا كان لفظ الجملتين هو حالهما في 3 و4.

يحيلنا الضمير المتصل «هُم» على جَمْع، في حين يكتفي الضمير المنفصل «هو» بالإحالة على غائب مفرد. لكن في جملتينا $\bar{3}$ و$\bar{4}$ يتحدد غياب ذلك المفرد بحدود الجمع الذي تشير إليه «هُم». فإن كان «هو» غائب عنا إسماً، فهو حاضر عندنا شخصاً (رغم جهلنا لإسمه المخصوص أو رسمه) ضمنَ الجمع الذي أحالتنا عليه «هُم».

وأنت تعلم من الرياضيات أننا نكتب أفراد جمع ما (عناصر مجموعة ما) على هذا النحو: {...}. فأكتب «بعضهم، هوشاعر» هكذا:

« بعض {هم}، هو شاعر».

و« كل واحد منهم، هو شاعر» هكذا:

« كل واحد من {هم}، هو شاعر».

وحضور شخص « هو » ضمن « هم»، يُرسم لك خطيّاً على النحو التالي:

$\tilde{3}$.1. بعض {هم}، هو شاعر.

$\tilde{4}$.1. كل واحد من {هم}، هو شاعر.

لاشك أننا أدركنا الآن أن موضوع المحمول « ... شاعر» هو واحد علي الأقل ممن أحالت عليهم « هم» في القضية 3، وأن موضوع « ... شاعر» في القضية 4 هو كل واحدٍ واحدٍ ممن تشير إليه « هم».

قد تتساءل الآن عن الجمع المشار إليه بـ« هم»، فمن يكون؟

3.III. نقول لكَ إنه قد يكون معلوماً لنا على وجه الحصر والتحديد وقد لا يكون، وفي حال هذا العلم كما في حال عدمه يظل موضوع الحمل حاضرٌ عندنا شخصاً مشمولاً مع غيره من أفراد جمع ما. فلا مانع يمنع إذن من تصديق أو تكذيب العبارتين.

ففي حالة عدم العلم على وجه الحصر والتحديد، تشيرُ « هم» في مثالنا إلى « البشر» (في العربية الذكور منهم على الخصوص)؛ ومادام « البشر» هو الجمع (أو المجموعة) الذي تشير إليه « هم»، فيجوز لنا أن نكتبه هكذا {البشر}، وتعيد كتابة $\tilde{3}$.1 و$\tilde{4}$.1 على هذا المنوال:

$\tilde{3}$.2. بعض {البشر}، هو شاعرٌ.

$\tilde{4}$.2. كل واحد من {البشر}، هو شاعرٌ.

فتصدق الأولى وتكذب الثانية. غير أن سياق الخطاب أو مقامه قد يساعد على مزيدٍ من الحصر والتحديد. افرض مثلاً أننا نتحدث عن أصحاب المُعلقات، فستصبح إحالة « هم» هي {أصحاب المعلقات} ونكتب $\tilde{4}$.1. إذن هكذا:

$\tilde{4}$.3. كل واحد من {أصحاب المعلقات}، هو شاعر.

مما يؤدي إلى قضية صادقة. وستظل $\tilde{3}$.2. بدورها صادقة حتي وإن كتبت $\tilde{3}$.1، هكذا:

3.3. بعض {أصحاب المعلقات}، هو شاعرٌ.

> في منطق اللغة المحمولية يُخَصَّصُ للجمع الذي يشغلنا هنا اسم « مجال القول » وسيكون إذن هو تلك المجموعة من الأفراد التي نستمدُّ منها موضوع المحمول إما تبعيضاً أو تعميماً كليّاً حسب لفظ الكم الداخل على العبارة.

ففي أي عبارة حُصرت؛ إن عُلِمَ مجال القول وعُلِمَ المحمول، عُلِمَ لا محالة الموضوع كمّاً لا إسماً. وهذا بالضَبط ما ستعمل اللغة المحمولية على إبرازه بالرموز المخطوطة.

4.III. نرمز لكلمة « بعض » بالرمز « V »، ولكلمة « كل واحد » بالرمز « Λ »،

ونرمز لـ « بعض {هم} [{هنَّ،ها}] » بالرمز « Vسـ »، ولـ « كل واحد من {هم} [{هنَّ، ها}] » بالرمز « Λسـ ».

أما المحمول فأنت على علم بكتابته الرمزية: « ك (سـ) ».

بكل صيَّغها السابقة، تعود العبارتان 3 و4 إلى الهيئتين الرمزيتين:

5. V سـ ك (سـ).

6. Λ سـ ك (سـ).

نجهر بالهيئة الأولي هكذا:

« يوجد سـ واحد على الأقل بحيث إنه هو ك ».

أو « بعض سـ هو ك ». أما الهيئة الثانية فيمكن أن نقرئها جهراً على هذا المنوال:

« بالنسبة لأي سـ، فإنها هي ك »

أو « كيفما كانت سـ، فإنها هي ك »

أو « كل سـ هي ك »

انتبه!

> نرمز للفظ الكم « بعض » بـ: « V »،
> وللفظ الكم « كل » بـ: « Λ »؛
> أما رمز السور البعضي فهو « Vسـ »،
> ورمز السور الكلي هو « Λ سـ ».

كـمـا نلاحظ، يتكون السـور من رمـز لفظ الكم متبوعاً بمتغير شخصي. ونفهم السور البعضي بقولنا: بعض أفراد مجال القول، والسـور الكلي بقولنا: كل واحد من أفراد مجال القول.

5.III. مدى الأسوار

1.5.III. لنفرض أن لنا الصورة القضوية المركبة التالية:

« سـ دائرة، و، سـ مربع » (ك(سـ) ٨ ل (سـ)) فلو أردنا توظيف السور البعضي فيها، لكانت لنا الإمكانات الأربع التالية:

(1) V سـ ك (سـ) ٨ ل (سـ)

(2) V سـ ك (سـ) ٨ V سـ ل (سـ)

(3) V سـ (ك (سـ) ٨ ل (سـ))

(4) ك (سـ) ٨ V سـ ل (سـ).

من الصورة القضوية (ك (سـ) ٨ل (سـ))، خرجنا إلي العبارات الأربع التي يمكن قراءتها على التوالي هكذا:

1. بعض الأشياء دائرة وسـ مربع.

2. بعض الأشياء دائرة وبعض الأشياء مربع.

3. بعض الدوائر مربعات.

4. سـ دائرة وبعض الأشياء مربعات.

لاشك أننا لاحظنا جميعاً أن هناك اختلافات في المعنى بين هذه الجمل رغم اتحاد نقطة الانطلاق.

تُرى ما السر في هذا الاختلاف؟

تتكون عبارة المُنطلق من صورتين قضويتين بينهما وَاصِلٌ. كان الموصول الأول هو « ك (سـ) » وكان الثاني هو « ل (سـ) ». عندما أدخلنا السور خرجت لنا الإمكانات الأربع. وخروجها محكوم بالعلاقة التي قامت بين الرابط وبين السور.

في العبارة (1) دخل السور على الموصول الأول وظل الوصل والموصول الثاني أحراراً منه.

أما في العبارة (2) فقد ربط الوصل شاملاً في مداه كلا الموصولين المحصور كل

... السور. في حين دخل السور في (3) على الوصل بكل موصولاته. أما حال ... (4) فهو قلب لحالة العبارة (1).

فإن كان من المعلوم لنا بناء على «**دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**»، أن ... روابط مدى[1]، وأن تحديد هذا المدى ذو أهمية قصوى في ضبط البنية النحوية والدلالية للغة الرمزية، فإننا نقول الآن أن للأسوار أيضا مدى يجب التعرف على كيفية تحديده صناعياً.

وتنبغي الإشارة هنا إلي أن مسألة التحديد الصناعي لمدى الأسوار لا تُطرحُ إلا في اللحظة التي تقوم فيها اللغة الرمزية بإنتاج وكتابة عبارات تَدخُل الروابط القضوية في تشكيلاتها.

بتأمُّلك في الأمثلة التالية، قد تفهم مقصود الإشارة السالفة، وإلاَّ بادرنا بإفهامك إياها بعد سرد الأمثلة.

(1) $\forall$ سـ ك (سـ)

(2) $\forall$ سـ ⟝ ك (سـ)

(3) $\forall$ سـ ⟝ (ك (سـ) $\wedge$ ل(سـ)).

(4) $\forall$ سـ (⟝ ك (سـ) $\wedge$ ل (سـ)).

(5) ⟝ $\wedge$ سـ ك (سـ) $\wedge$ $\forall$ سـ ل (سـ).

في المثال (1)، لا نحتاج لوسيلة صناعية لتحديد مدي السور. بل إن استعمالها قد يُثقل جهازنا الرمزي. لاحظ أن:

(1') $\forall$ سـ (ك (سـ))

هي نفسها (1)، مع فارق اللغة المثقلة بالقوسين. لذا نقول:

كلما كانت العبارة المحمولية خالية من الروابط الإثنانية، كلما جاز لنا الاستغناء عن الوسائل الصناعية لتحديد المدى.

لكن:

في المثال (3) والمثال (4) توقف تحديد مدى السور البارز فيهما على مدى الروابط الإثنانية الظاهرة فيهما. ونفس الأمر يصدق على المثال (5) الذي يضم سورين. ومادام تحديد مدى الروابط فِعلاً صناعياً يُتفق على وسائله في البداية، لزم ضرورة أن يكون تحديد مدى الأسوار من نفس الطبيعة.

فإن كان من المعلوم عندك سلفاً أن الوسائل الصناعية لتحديد مدى الروابط هي الأقواس وما يجرى مجراها من معقفات وحاضنات، فإننا نضيف لعلمك الآن أنها نفس

(1) انظر: ص ص: 29 - 31.

الوسائل التي سنعتمدها في ضبط مدى الأسوار. وهكذا **فإن مدى سور ما هو العبارة المحمولية الواقعة بين قوسين (أو معقفين أو حاضنتين) يقع الفاتح منهما مباشرة إلى يسار السور**. وتُشبه كيفية تحديد مدى السور كيفية تحديد مدى رابط النفي في اللغة القضوية. قارن:

ـــ ب ∧ حـ ⟷ V سـ ك (سـ) ∧ ل (سـ)

ـــ (ب ∧ حـ) ⟷ V سـ (ك (سـ) ∧ ل (سـ))

إن مدى الرابط 'ـــ' في العبارة القضوية الأولى هو فقط العبارة 'ب' تماماً كما هو شأن مدى السور ' V سـ' في العبارة المحمولية الموازية لها، إذ أن مداه يشمل فقط العبارة 'ك (سـ)'. في حين شمل النفي في العبارة القضوية الثانية مجمل العبارة الوصلية '(ب ∧ حـ)'، تماماً كما شمل مدى ' V سـ' في العبارة المحمولية الموازية لها مُجْمل العبارة المحمولية الوصلية '(ك (سـ) ∧ ل (سـ))'.

تمارين

بيّن مدى الأسوار في العبارات التالية:

1- ∧سـ ك (سـ) ← V صـ (ل (صـ) ∨ م (ع)).

2- V سـ [ك (سـ) ← (ك (صـ) ⟷ V عـ ل (عـ))].

3- ك (سـ) ⟷ (ل (صـ) ∨ V عـ ل (عـ)).

4- ∧ سـ {[∧صـ (ك (صـ) ← ل (صـ)) ← ك (سـ)] ∧ ل (سـ)}.

2.5.III. المتغيرات الشخصية المقيدة والمطلقة

يحصل أحياناً في اللغة المحمولية التي تدخل الأسوار في تركيبها أن تتنوع المتغيرات الشخصية إلى نوعين: متغيرات مقيدة ومتغيرات مطلقة.

نقول عن متغير شخصي إنه مقيد إذا وفقط إذا ورد موقعه تحت مدى سورما وإلا سُمِّيَ مُطلقاً. أي أن المتغير الشخصي المطلق هو الخارج عن مدى أي سور.

في التمرين (3) من الفقرة الماضية بَيَّنتَ أن مدى السور ' V عـ' هو فقط 'ل (عـ)' ومن ثمة ظلت العبارتان 'ك (سـ)' و'ل (صـ)' خارج مدى أي سور. وعليه فإن كلاً من 'سـ' و'صـ' ظلا مُطلقين على خلاف المتغير 'عـ' الذي قيده السور الداخل على عبارته.

من النتائج المترتبة عن تنوع المتغيرات الشخصية إلى مقيدة ومطلقة انقسام العبارات المحمولية إلى قسمين:

قسم يضم على الأقل متغيراً شخصياً مطلقاً؛
وقسم تكون كل متغيراته الشخصية مقيدةً.

نطلق على القسم الأول اسم العبّارات المحمولية المهملة أما القسم الثاني فنسميه باسم العبارات المحمولية المحصورة.

وهكذا تكون العبارة المحمولية مهملة إذا وفقط إذا ضمت على الأقل متغيراً شخصياً واحداً مطلقاً.
وتكون العبارة المحمولية محصورة إذا وفقط إذا كانت كل المتغيرات الشخصية الظاهرة فيها مقيدة.

وبفحصك للعبارة المهملة تلاحظ أن ظهور المتغير المطلق فيها يُبْعِد عنها إمكان الصدق أو الكذب ما لم يتم تسوير ذلك المتغير الشخصي المطلق. وعليه فما العبارة المهملة إلا صورة قضوية ولمعالجتها دلالياً لابد من اللجوء إلى تسوير مطلقاتها كما سيتضح لك فيما يُستقبل من فصول هذا الكتاب.

تحذير لا بد منه

إن كان التشخيص عملية نُخرج بمقتضاها العبارة المحمولية من فئة الصور القضوية إلى فئة القضايا، وكان التسوير يقوم بنفس المهمة فلا ينبغي الخلط بينهما، ذلك أن:

1 ـ التشخيص يؤدي إلى قضية شخصية في حين يؤدي التسوير إلى قضية محصورة كلياً أو جزئياً؛

2 ـ في نفس العبارة وفي نفس اللحظة الاستدلالية، إن شُخِّص المتغير المطلق امتنع تسويره وإن سُوِّر، ارتفع إمكان تشخيصه.

3 ـ غير أن الخروج من الشخصيات إلى المحصورات أو العكس يظل جائزاً طبقاً لقواعد استدلالية سيأتيك بيانها فيما يُستقبل من فصول.

ملاحظة تقنية

إن الفهم الجيد لمدى الأسوار يجعلُ من تمييز المتغيرات الشخصية المقيدة عن المتغيرات الشخصية المطلقة أمراً هيِّناً وعليه:

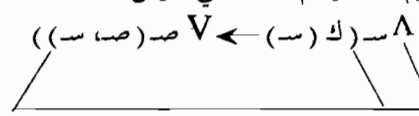
1 ـ قمْ بتحديد مدى الاسوار الظاهرة في العبارة؛

2 ـ إن ظهر المتغير الذي يتكون منه السور داخل مدى هذا الأخير كان مقيداً به وإلا كان مطلقاً أو مقيداً بغيره من أسوار إن شمله مداها.

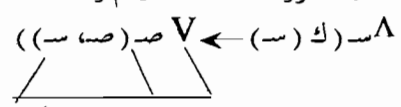
أمثلة:

1 ـ Λ سـ (ك (سـ) ← V صـ (صـ، سـ)).

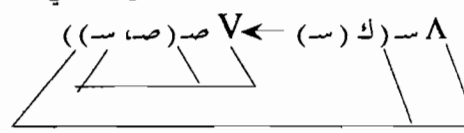
نقوم الآن برسم خط أفقي طويل يُحدد مدى السور ' Λ سـ':



أما مدى السورُ ' V صـ'، فيتم رسمه



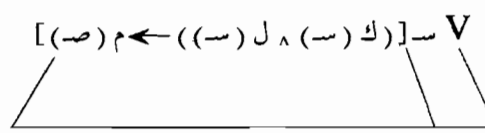
وتكون نتيجة تحديد مدى السورين معاً هي:



لاحظ أن 'سـ' يقع داخل مدى ' Λ سـ'، فهو بالتالي متغير شخصي مقيد، أما 'صـ' فيقع ضمنَ مدى ' V صـ'، فهو كذلك مقيدٌ به.

2 ـ V سـ [(ك (سـ) ∧ ل (سـ)) ← م (صـ)]

رسم خط تحديد المدى:



يقع [illegible] في مدى [illegible]. فتقييد [illegible] فقد ضل مطلقاً رغم اشتمال [illegible]

تحذير

لا تطابق بين الظهور ضمن الأقواس التي تحدد مدى السور والتقييد بذلك المدى.

تمارين:

حدد المدى ثم استخرج المتغيرات الشخصية المقيدة في العبارات التالية:

1 ـ $\forall$ س $\wedge$ ص ك (س،ص) $\vee$ $\forall$ ع ك (ص،س)

2 ـ $\forall$ س $\forall$ ص {ك (س،ص) $\wedge$ $\wedge$ ع [ك (س، ع) $\wedge$ ك (ع،ص)]}

3 ـ $\wedge$ س {[(ك (س) $\rightarrow$ ل (س)) $\wedge$ م (ص)] $\rightarrow$ $\forall$ ع (م (ع) $\wedge$ ل (ع))}.

4 ـ ب $\rightarrow$ $\forall$ س (م (س) $\wedge$ ل (س)).

5 ـ $\wedge$ ص (ك (ص) $\leftrightarrow$ ب) $\wedge$ ($\forall$ ص ك (ص) $\leftrightarrow$ حـ).

6.III. تلازم الأسوار

1.6.III. ملاحظة تمهيدية

1. فُضِّل استعمال الرمزين « $\wedge$ س و $\forall$ س» لكل من السور الكلي والسور البعضي وذلك للشبه الحاصل بينهما وبين الوصل « $\wedge$ » والفصل « $\vee$ ». لنفرض أن لنا العبارة المحصورة التالية:

$\wedge$ س ك (س).

وليكن مجال القول مكوناً من شخصين لا غير هما سَ وسِ. في هذه الحالة سيكون معنى العبارة الكلية هو:

« ك محمول على سَ و ك محمول على سِ»

أي: ك (سَ) $\wedge$ ك (سِ).

فقولي « كل الآلهة حاضرة » ضمن اعتقادات بعض الديانات الاثنينية معناه هو قولي: « إلاه الخير حاضر وإلاه الشر حاضر».

في إمكاننا إذن من الناحية النظرية رَدَّ كل قضية محصورة حصراً كلياً إلى

سلسلة من القضايا المخصوصة (القضايا الشخصية) المربوطة فيما بينها برابط الوصل. غير أن هذا الرد لا يتحقق عملياً إلا في حالة مجال القول المحدود العدد أو الممكن تعداده واقعياً؛ فيما عدا ذلك يمتنع الاستغناء عن الحصر الكلي، وإلا بطلت الحاجة إلى منطق للأسوار.

2. أما الشبه الحاصل بين السور البعضي ورابط الفصل، فيتضح لك من خلال المثال:

« V سـك (سـ) ».

في مجال للقول يتكون من شخصين، يُصبح ردُّهُ ممكناً إلى:

« ك (سَـ١) v ك (سَـ٢) ».

فقولي « بعض الآلهة حاضر » ضمن نفس المنظومة الاعتقادية السالفة، معناه أن « إلاه الخير حاضر أو إلاه الشر حاضر ». وهذا يدل على أنه في الإمكان ردُّ القضية المحصورة حصراً بعضياً إلى سلسلة من القضايا الشخصية المربوطة فيما بينها برابط الفصل، وذلك بشرط العلم بكل واحد واحد من أشخاص مجال القول؛ فيما عدا هذا يمتنع الاستغناء عن الحصر البعضي، وإلا بطلت الحاجة إلى منطق للأسوار.

ومعلوم لك أنه لصدق الوصل يجب صدق كل موصولاته؛ فكذلك الحال بالنسبة لصدق القضية الكلية إذ لصدقها يجب صدق كل القضايا الشخصية التي تعينها، ولكذبها يكفي وجود قضية شخصية واحدة من أعيانها تكون كاذبة كما هو حال القضايا الموصولة.

أما لصدق البعضية فيكفي صدق قضية شخصية واحدة من أعيانها كما هو حال القضية المركبة بواسطة الفصل. ولكذب البعضية يجب كذب كل أعيانها تماماً كما هو حال القضية الفصلية.

هذا ما سنعود إليه بتفصيل في القسم الخاص بالدلالة في منطق المحمولات.

2.6.II. النفي والأسوار

أوضحت لنا الملاحظة السابقة أن ∧ سـك (سـ) مثلاً في حالة مجال للقول مكون من شخصين يمكن ردها إلى:

ك (سَـ١) ∧ ك (سَـ٢).

الآن، تصور معي أن ك (سَـ١) هي ب في منطق القضايا وأن ك (سَـ٢) هي جـ في نفس المنطق وقم بنفيها معتمداً على قواعد منطق القضايا، ما ستحصل عليه سيكون

هو:

1. ⊸ (ك ($س_1$) ∧ك ($س_2$)).

2. (⊸ ك ($س_1$) ∨ ⊸ك($س_2$)).

ليس من الصعب عليك الخروج من العبارة 2 إلى:

∨ س ⊸ك (س).

ويمكنك صوغ الخطوات على وجه الاجمال بالنحو التالي:

1. ⊸(∧س ك (س))	فرضية
2. ⊸ (ك ($س_1$) ∧ ك ($س_2$))	الملاحظة التمهيدية1
3. (⊸ك ($س_1$) ∨ ⊸ ك ($س_2$))	خاصية دومورغان.
4. ∨ س ⊸ ك ($س_1$)	الملاحظة التمهيدية2

وإن كان المنطلق هو ⊸ (∨ س ك (س))، فتكون الخطوات هي:

1. ⊸(∨ س ك (س))	فرضية
2. ⊸ (ك ($س_1$) ∨ ك ($س_2$))	الملاحظة التمهيدية2
3. (⊸ك ($س_1$) ∧ ⊸ ك ($س_2$))	خاصية دومورغان.
4. ∧ س ⊸ ك ($س_1$)	الملاحظة التمهيدية1

من كل الاجراءات السابقة يمكنك إذن وضع التلازمات التالية لنفي الأسوار:

1. ⊸ ∧س ك (س) ⟷ ∨ س ⊸ك (س).

2. ⊸∨ س ك (س) ⟷ ∧س ⊸ك (س).

ونضع القاعدتين:

نس 1. ⊢ ⊸∧ ن ⟷ ⊸∨ ن

نس 2. ⊢ ⊸∨ ن ⟷ ⊸∧ ن

3.6.III. إنابة أحد السورين مُناب الآخر

باسترشادك من الخطوات الماضية المعتمدة على الملاحظة التمهيدية 1 و2 أعلاه، يمكنك تشييد الخطوات التالية:

1. ∧ ك (س)	فرضية
2. (ك ($س_1$) ∧ك ($س_2$))	الملاحظة التمهيدية1

3. ⌐ [⌐ ك (سَ١) ∨ ⌐ ك (سَ٢)] تلازم الروابط

4. ⌐ [V ⌐ ك (سـ)] الملاحظة التمهيدية2

5. V⌐ ⌐ ك (سـ) حذف المعقفين.

من العبارة 1 خرجتَ بناءً على ما سلَّمت به من قبل إلى العبارة 5. وإن أنت ربطتهما برابط التشارط، تحصل على:

Λ سـ ك (سـ) ⟷ V ⌐ ك (سـ)

وبذلك يصح لك أن تضع القاعدة:

تل 1. ⊢ Λ ⊍ ⟷ V ⌐ ⊍

ما استخلصت به القاعدة **تل1**، تستخلص بشبيهه القاعدة:

تل 2. ⊢ V ⊍ ⟷ Λ ⌐ ⊍

توفر لنا هذه القواعد إمكان إنابة أحد السورين مناب الآخر. أي إمكانية الاستغناء عن أحدهما والتعبير عنه بواسطة النفي والسور الآخر.

تمارين:

قُم أولاً بنفي العبارات المحمولية التالية ثُم أنِب أسوارها.

1. V سـ[ك (سـ) Λ سـ (ل (سـ) ∨ ك (سـ))].
2. Λسـ ك (سـ) ← V صـ (ك (صـ) ← ل (صـ))
3. ك (سـ) ⟷ V صـ ل (صـ)
4. ⌐ Λ سـ ك (سـ) ⟷ ⌐ ⌐ V ⌐ ك (سـ)
5. V سـ ⌐ ك (سـ) ∨ Λ سـ ك (سـ) ∨ ل (صـ).

IV . التحليل المحمولي للقضايا التقليدية الأربعة

1.IV. تسمح لنا القاعدتان **تل 1** و**تل 2** بكتابة القضايا التقليدية الأربعة إما على الوجه الذي يعطيه العمود الثاني أو على الوجه الذي يعطه العمود الثالث في الجدول التالي :

القضايا الأربعة	مكتوبة بـ Λ	مكتوبة بـ V
الكلية الموجبة	Λ سـك (سـ)	¬V سـ ¬ ك (سـ)
الكلية السالبة	Λ سـ ¬ ك (سـ)	¬V سـ ك (سـ)
الجزئية الموجبة	¬ Λسـ ¬ ك (سـ)	V سـك (سـ)
الجزئية السالبة	¬ Λسـ ك (سـ)	V سـ ¬ك (سـ)

وفي هذا بيانٌ لإمكان إحتواء لغة رمزية ما علي رمز واحد للسور يُمكِّن بواسطة النفي وبالاعتماد على القاعدتين[1] أداء السور الآخر، تماماً كما هو حال اللغة الرمزية القضوية التي تكتفي مثلاً برمز الوصل وتؤدي بمساعدة النفي رابط الفصل بالاعتماد على القاعدة :

ق ∧ ر ⟷ ¬ (¬ ق ∨ ¬ ر) .

عندما رَمَّزنا الكلية الموجبة بواسطة «Λ» كتبناها هكذا : « Λسـك (سـ) » . غير أننا لم نكن بذلك قد وفيناها حقها باعتبار أمثلتها في اللسان الطبيعي . فمن أمثلتها نجد :

« كل إنسان فان » .

الذي لم نُظهر من محمولاته إلا واحداً هو « فان » وحشرنا الآخر باعتباره مجالاً للقول :

ـ مجال القول : { الإنسان }

ـ فان : ك (سـ)

إذن : Λ سـك (سـ) .

لكن نَقْلَ المثال إلى اللغة المحمولية بوضع مجال أوسع للقول، وليكن هو : {الأشياء} قد يُظهر لنا بنيتها الحقيقية، لاحظ :

(1) انظرهما في 3.6.III.

ـ مجال القول : { الأشياء }

المحمول الأول : إنسان : ك (سـ)

المحمول الثاني : فان : ل (سـ)

ها أنت إذن أمام عناصر المثال : كل إنسان فان . علمتَ من قبل كيف تكتب لفظ الكم « كل »، وكيف تكتب السور، وكيف تكتب المحاميل .

الحاصل من علمك إذن هو :

Λ سـ (ك (سـ) ل (سـ)) .

لكن، هل يجوز لك كتابة : (ب حـ) دون رابط في منطق القضايا؟ بالطبع لا ؛ وعليه فلا يجوز لك أن تكتب صورتين قضويتين [= محمولين] هكذا : (ك (سـ) ل (سـ)) دون تحديد الرابط، لأن الصورة القضوية تتصرف صورياً كما لو كانت قضية، ومن دروسك علمتَ أن القضايا لا تُحمل على بعضها . لذا وجب وضع الرابط المناسب بين الصورتين القضويتين ك (سـ) و ل (سـ) .

لنفحص منطوق القضية « كل انسان فان » . إنها تُخبرنا بالخبر التالي :

« إن كل من حُملت عليه الصفة إنسان، حُملت عليه الصفة فان »، وبتعبير آخر : « كل شيء، إن كان إنساناً، كان فانياً » .

والآن نوظف عموم معارفنا السابقة بما فيها منطق القضايا لترجمة التعبير الأخير إلى اللغة الرمزية :

« كل شيء، إن كان إنساناً، كان فانياً »

1 . كل شيء = Λ سـ

2 . كان إنساناً = ك (سـ)

3 . كان فانياً = ل (سـ)

4 . إن كان ... ، كان ... ، = ... ← ...

5 . (إن كان ك (سـ)، كان ل (سـ)) = (ك (سـ) ← ل (سـ))

6 . كل شيء (إن كان ك (سـ)، كان ل (سـ)) = Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) .

النتيجة إذن هي :

Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) .

وهذا دليل ساطع في نظر المنطق المحمولي ذي الأصول الفريجية على أن القضية الكلية ليست قضية بسيطة كما اعتقده المناطقة القدماء ذوو الأصول المشائية؛ بل هي قضية مركبةٌ من صورتين قضويتين بواسطة رابط الشرط وتَمَّ حصرهما كلياً.

وعندما رمّزنا الجزئية بواسطة « V » كتبناها هكذا « V سـ ك (سـ) »، غير أننا لم نكن بذلك قد وفّيناها حقها باعتبار امثلتها في اللسان الطبيعي. فمن أمثلتها نجد:

« بعض المغاربة علماء ».

فلو حصرنا مجال القول في {المغاربة} ومنه أخذنا المتغيرات الشخصية لجاز لنا الاكتفاء بنقلها إلي اللغة المحمولية بالكتابة المذكورة. لكن لو وسعنا مجال القول باشتماله على كل الكائنات لأصبح من باب الاضطرار القيام بالافصاح عن كل مكوناتها الدلالية:

مجال القول: { الكائنات }.

المحمول الأول: ـ مغاربة : ك (سـ).

المحمول الثاني: ـ علماء : ل (سـ).

أما السور البعضي فيقول: « بعض سـ » أو « يوجد سـ » وهذا معناه « بعض أفراد مجال القول » أو « يوجد فرد من مجال القول ».

وعندما نقول « بعض المغاربة علماء » فإننا نخبر بالخبر التالي:

« أن هناك فرد من أفراد مجال القول في الوقت الذي يتصف فيه بالمغربية، يتصف فيه أيضاً بالعالمية » أي:

« يوجد كائن واحد على الأقل هو مغربي وعالم ».

وهذا بالضبط ما ستقوله لنا الكتابة الرمزية التالية:

V سـ (ك (سـ) ∧ ل (سـ)).

وفيما يلي خطوات الترميز التي أدت إليها:

1. يوجد كائن واحد على الأقل = V سـ

2. هو مغربي = ك (سـ)

3. هو عالم = ل (سـ)

4. (هو ... وهو ...) = (... ∧ ...)

5. (هو مغربي وهو عالم) = (ك (سـ) ∧ ل (سـ))

6. $\forall$ سـ (هو مغربي وهو عالم) = $\forall$ سـ (ك (سـ) ∧ ل (سـ)).

وهذا دليل في نظر المنطق المحمولي ذي الأصول الفريجية على أن القضية الجزئية ليست قضية بسيطة كما اعتقده المنطق القديم ذو الأصول المشائية؛ بل هي قضية مركبة من صورتين قضويتين [= محمولين] بواسطة رابط الوصل و تَمَّ حصرهما بعضياً.

خلال عملية التحليل التي قمنا بها أو ضحنا أن القضية الكلية تخبرنا بأنه بالنسبة لكل أفراد مجال القول إن كان هناك واحد من بينها متصفاً بصفة، إتصف بصفة أخرى، أو على وجه العموم: بالنسبة لأي سـ، إن كان كذا، فإنه سيكون كذا. بالمقابل تخبرنا القضية الجزئية بوجود فرد من أفراد مجال القول يتصف في نفس الوقت بصفتين. إن هذا الكلام يعني أنه في الوقت الذي تقرر فيه القضية الجزئية وجود الموضوع لا تفعل القضية الكلية ذلك مكتفية باشتراط انطباق المحمول الثاني في حالة انطباق المحمول الأول، إذ لا تخبر أو تقرر بوجود الموضوع. ولعل هذا ما تفسره التسمية الهند أوربية للقضية الشرطية عندما تقول proposition hypothétique.

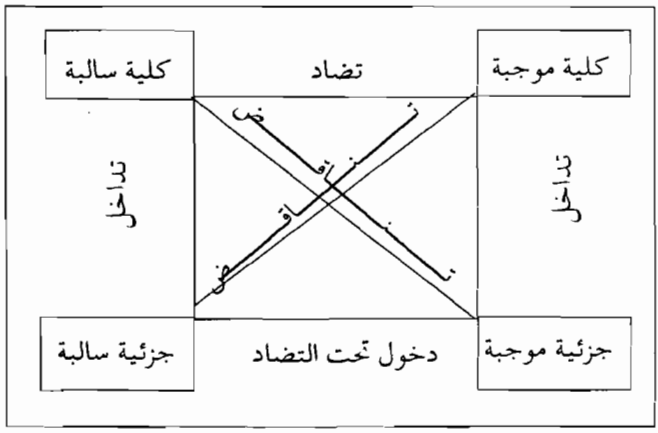
الخلاصة

1. القضايا العامة التقليدية ليست قضايا بسيطة.
2. القضايا الكلية يدخل ا لشرط في تركيبها، ولا تقرر وجود الموضوع.
3. القضايا الجزئية يدخل الوصل في تركيبها وتقرر وجود الموضوع.

2.IV. للتحليل الماضي نتائج تنعكس آثارها على بعض قواعد المنطق القديم. فيما يلي عرضٌ مركَّز للبعض من تلك القواعد، يليه بيان مختصر للآثار المستحدثة.

أ ـ قواعد مربع التقابل

من بين خصائص القضية في نظر المنطق القديم ما اصطلح على دمجه في مربع اشتهر في التاريخ باسم: **مربع التقابل**. ويتم رسمه عادة على هذا المنوال:



بين القضيتين الكلية الموجبة والكلية السالبة المتحدتين في الموضوع والمحمول تنتصب **خاصية التضاد**. ومؤدى هذه الخاصية أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معاً وقد تكذبان معاً. بحيث أنه إن صدقت إحداهما وجب ضرورة كذب الثانية. أما لو كذبت إحداهما فقد تكذب الثانية أو تصدق. وهذا يعني جواز الاستنتاج الصوري في حالة صدق الواحدة وامتناعه في حالة كذبها. وهكذا:

كلية موجبة = صادقة
إذن: كلية سالبة = كاذبة
أو
كلية سالبة = صادقة
إذن: كلية موجبة = كاذبة
لكن
كلية موجبة = كاذبة
كلية سلبة = ؟
أو
كلية سالبة = كاذبة
كلية موجبة =؟

وبين الكلية الموجبة والجزئية الموجبة من جهة، وبين الكلية السالبة والجزئية السالبة من جهة ثانية تنتصب **خاصية التداخل**، ومؤدى هذه الخاصية أن صدق الكلية ـ في الايجاب كما في السلب ـ يستلزم ضرورة صدق الجزئية المتداخلة معها. وأن كذب الجزئية ـ في الايجاب كما في السلب ـ يستلزم ضرورة كذب الكلية المتداخلة معها. ويمتنع الاستنتاج الصوري في حالة كذب الكلية أو صدق الجزئية. وهكذا:

كلية موجبة أو كلية سالبة = صادقة

إذن: جزئية موجبة أو جزئية سالبة = صادقة

و

جزئية موجبة أو جزئية سالبة = كاذبة

إذن: كلية موجبة أو كلية سالبة = كاذبة.

لكن

كلية موجبة أو كلية سالبة = كاذبة

جزئية موجبة أو جزئية سالبة = ؟

و

جزئية موجبة أو جزئية سالبة = صادقة

كلية موجبة أو كلية سالبة = ؟

وبين الجزئية الموجبة والجزئية السالبة المتحدتين في الموضوع والمحمول تنتصب **خاصية الدخول تحت التضاد**. وحكمها امتناع اجتماع الكذب وإمكان اجتماع الصدق. بحيث لوكذبت إحداهما وجب ضرورة صدق الباقية؛ أما لو صدقت إحدهما فلا ضرورة في صدق الباقية أو في كذبها. وهكذا:

جزئية موجبة أو جزئية سالبة = كاذبة

إذن: جزئية سالبة أو جزئية موجبة = صادقة

لكن

جزئية موجبة أو جزئية سالبة = صادقة

جزئية سالبة أو جزئية موجبة = ؟

وآخر خاصية يرسمها المربع هي تقابل القضيتين المتقاسمتين لكل من الكم والكيف. وتسمى هذه الخاصية باسم **التناقض**. فبين الكلية الموجبة والجزئية السالبة من جهة، وبين الكلية السالبة والجزئية الموجبة من جهة ثانية تقوم خاصية التناقض. وحكمها امتناع اجتماع الصدق والكذب معاً. فمن صدق إحداهما يلزم ضرورة كذب الباقية المقابلة لها والعكس.

ويعطينا الجدول التالي جرداً للقيم الصدقية للقضايا المتقابلة في حالة صدق أو كذب القضايا المصفوفة عمودياً. وسأطلق عليه الإسم التالي: **جدول قيم التقابل**.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(1)	صادقة / كاذبة	كلية موجبة	كلية سالبة	جزئية موجبة	جزئية سالبة
(2)	كلية موجبة	صادق / كاذبة	كاذبة / ؟	صادقة / ؟	كاذبة / صادقة
(3)	كلية سالبة	كاذبة / ؟	صادقة / كاذبة	كاذبة / صادقة	صادقة / ؟
(4)	جزئية موجبة	؟ / كاذبة	كاذبة / صادقة	صادقة / كاذبة	؟ / صادقة
(5)	جزئية سالبة	كاذبة / صادقة	؟ / كاذبة	؟ / صادقة	صادقة / كاذبة

كيفية استعمال الجدول

1. يُقرأ الجدول من اليمين إلى اليسار.
2. يتم الإنطلاق من العمود الأول.
3. تضع الخانة الأولى من العمود الأول القيم الصدقية الممكنة للقضايا في نفس العمود.

4 . أما الأعمدة من (2) إلى (5) فتعطي القيم الصدقية المُستنتجة للقضايا المصفوفة في مداخلها العليا بناءً على قيم صدق القضايا المصفوفة في العمود الأول (1) .

مثال

إن كانت الكلية الموجبة صادقة، فإن :

الكلية الموجبة صادقة، (2-2) . المثلث الأعلى

الكلية السالبة كاذبة، (2-3) . المثلث الأعلى

الجزئية الموجبة صادقة . (2-4) . المثلث الأعلى

الجزئية السالبة كاذبة، (2-5) . المثلث الأعلى

دخلنا من الخانة (2) في العمود (1) عبر الخانة (1) من نفس العمود وخرجنا إلي القيم المصفوفة في المثلث الأعلى من الخانات : (2-2) و(2-3) و(2-4) و(2-5) . يدل الرقم الثاني على رقم العمود في الجدول .

ب ـ النقد المحمولي للمربع الماضي

إن كانت الإمكانات الاستنتاجية للمربع الماضي صحيحة ضمن إطار اللغة الطبيعية التي يُسلِّم ناطقها تسليماً مسبقاً بضرورة وجود موضوع قضاياه تماماً كما هو حال المنطقي الأرسطي القديم، فإن الأمر ليس كذلك في ظل لغة اصطناعية تُفكِّك القضية الكلية إلى مركب شرطي والجزئية إلى مركب وصلي كما هو الشأن في اللغة الرمزية المحمولية .

فمن صدق قضية كلية موجبة مكتوبة على هذا النحو :

$$\Lambda س (ك (س) \leftarrow ل (س))$$

لا يمكننا استنتاج صدق الجزئية الموجبة المتداخلة معها إن كتبت هكذا :

$$V س (ك (س) \wedge ل (س)) .$$

إذ لا يصح الحكم بوجود شيء، « كما تقرره الجزئية » انطلاقاً من مجرد اشتراط إمكان وجوده « كما تقرر الكلية » . فإن صدق قولنا :

« كل شيء، إن كان حماراً بأجنحة، طار » .

وهو عبارة عن قضية كلية، فإن قولنا :

« هناك على الأقل حمار بأجنحة يطير »

قول كاذب رغم أنه عبارة عن قضية جزئية . وبه تفسد خاصية التداخل كما ضبطها جدول قيم التقابل .

وباشتغالك بنفس المحمولات المستعملة في المثالين السابقين ستلاحظ أن خاصية التضاد يلحقها مس من فساد إذا كُتبت القضايا المتضادة على هذا النحو:

الكلية الموجبة: Λ س (ك (س) ← ل (س))

الكلية السالبة: Λ س (ك (س) ← ¬ ل (س))

إذ من الجائز اجتماع صدق القولين:

« كل شيء، إن كان حماراً بأجنحة، طار »

« كل شيء، إن كان حماراً بأجنحة. فلا يطير ».

وعلّة الصدق فيهما كذبُ ما قرره المقدَّمُ فيهما من حمل « الحمار المجنح » على شيء ما.

ما لحق الخاصيتين المذكورتين من فساد يمس بنفس الدرجة ومن نفس الجهة الاستدلالية خاصية الدخول تحت التضاد؛ إذ نتوفر على مثال يجتمع فيه كذب القضيتين الداخلتين تحت التضاد:

الحمار المجنح يطير.

الحمار المجنح لا يطير.

إذ لا يجوز الحكم بصدق واحدة منهما إلا في عالم الحمير المجنحة! إن الذي أدَّى إلى الإفساد المذكور هو توسيع مجال القول وذلك باستعمالنا لما يُطلق عليه إسم: « الحدود الفارغة ». فالحد: « حمار مجنح » حَدٌّ فارغ لعدم وجود ما ينطبق عليه في العالم الواقعي المعهود. مثله مثل: « جبل من ذهب » و« بحر من عسل » أو « عايشة قنديشة »[1]. لذلك صدقت المتضادتان لأنهما تحتويان على رابط الشرط الذي ظهر في مقدمه التعبير: « كان حماراً بأجنحة، . . . » وهذا قول كاذب، مما يؤدي بناءً على قاعدة الشرط في منطق القضايا إلى صدق القضية الشرطية ككل مهما كانت قيمة التالي. وصدقت الكلية بناءً على نفس الاستدلال، وكذبت الجزئية المتداخلة معها لأنها تتكون من وصل كذبت إحدى موصولاته. الخ. . .

ومن محاولات المناطقة المحدثين لإصلاح هذه الاختلالات القيام بالتصريح بوجود الموضوع وإبرازه في الصياغة المحمولية للقضية الكلية على النحو التالي:

Λس (ك (س) ← ل (س)) V_{Λ} س ك (س).

بهذه الحيلة تستقيم خاصية التضاد والتداخل كما ضبطها جدول قيم التقابل.

غير أن هذا الاصلاح لن يلبث أن يؤدي إلي اختلال رابع الخصائص ضمن المربع.

(1) من الكائنات الخرافية المتداولة في المغرب الأقصى ولعل نظيره في دول الخليج العربي هو « أم دويس »

إذ سيصبح نقيض الكلية الموجبة ذات الصياغة المراجعة هو :

$$V\ س \multimap (ك (س) \leftarrow ل (س)) \quad V \multimap V\ س ك (س)$$

وليس الجزئية السالبة :

$$V\ س (ك (س) \wedge \multimap ل (س))$$

كما هو الشأن في خاصية التناقض المضبوطة في جدول قيم التقابل. وفي هذا إفساد لخاصية التناقض كما تم تحديدها تقليدياً في مربع التقابل.

وفي رأينا أن محاولات الإصلاح هذه لن يكون مآلها إلا مآل من أراد تحويل المعادن الخسيسة إلى معادن نفيسة؛ وتحرير مرادنا بهذا أن سر «الخلل» في نهاية المطاف لا علاقة له بالإتساق التام للمنطق الصوري الأرسطي كنسق وإنما هو نتيجة للّغة الاصطناعية لمنطق المحمولات الحديث، هذه اللغة التي تقرأ وتكتب الكلية بواسطة الشرط والجزئية بواسطة الوصل بناءً على تصورات مخصوصة للقضية ولأجزائها من موضوع ومحمول كما سبق لنا التطرق إليه فيما سلف من دروس[1].

V. تراكب الأسوار في العبارة

نقول عن عبارة محمولية أنها متراكبة الأسوار إذا وفقط إذا ظهر فيها على الأقل سوران يركب أحدهما الآخر. ويكون السور مركباً إذا وفقط إذا وقع في مدى السور الراكب ضرورة.

في العبارة التالية :

1. $\wedge$ س $\multimap V$ ص ك (س، ص)

ينتصب السور الكلي كسور راكب والسور الجزئي كسور مركوب وذلك لأن هذا الأخير يقع في مدى الأول كما توضحه الكتابة التالية :

2. $\wedge$ س $\multimap [\ V$ ص (ك (س، ص))]

ولعلكَ لاحظت أن مدى السور المركوب ظل محصوراً بحدود مدى السور الراكب، على خلاف ما نعاينه في :

3. $\wedge$ س ك (س) $\leftarrow V$ ص ك (ص).

ومن ثمة لا نجد في هذه العبارة سوراً راكباً ولا مركوباً فتنتفي عنها صفة العبارة المتراكبة الأسوار.

ملاحظة

إن مفهوم تراكب الأسوار مرتبط بالمحاميل الإثنانية فما فوق؛ ويفقد أهميته بالنسبة لما عداها.

(1) و مع ذلك فقد حاولنا إصلاح هذه الاختلالات في بحث مستقل سيظهر قريباً.

لتكن العبارة:

4. Λ سـ V صـ (ك (سـ) ٨ ل (صـ)).

التي يظهر من أمرها أنها متراكبة الأسوار. لِنَقُم الآن بمقارنتها بالعبارة:

5. Λسـ V صـ (ك (سـ، صـ))

المتراكبة الأسوار فعلاً. ما نلاحظه هو التالي:

1. في العبارة 4 وقع V صـ في مدى Λ سـ عرضاً لا بالضرورة على خلاف ما هو موجود في العبارة 5 التي تحدد فيها مدي V صـ ضرورة بحدود Λ سـ. [في الفقرة VI اسفله ستدرك أن العبارة 4 راجعة إلى (Λسـ ك (سـ) V٨ صـ ل (صـ)) أي إلى عبارة غير متراكبة الأسوار] وعليه فمن الممتنع فك تراكب السورين في العبارة 5.

2. لا تتكون العبارة 4 إلاّ من محاميل واحدية على خلاف 5 التي تتكون من محمول إثناني؛ وهنا تكمن ضرورة التراكب في الأخيرة وعرضيته في السابقة لها.

نتيجة:

1. في كل عبارة محمولية تعددت أسوارها، إن جاز فيها فكٌّ مدى المركوب عن مدى راكبه أمكن للراكب أن يصبح مركوباً أو العكس؛

2. في كل عبارة محمولية امتنع فيها فكّ مدى المركوب عن مدى راكبه نَنْظُر:

1.2. إن كان الراكب والمركوب كليين أو كانا جزئيين جاز قلب التراكب طرداً وعكساً.

2.2. وإن كان الراكب جزئياً والمركوب كلياً، جاز قلب التراكب طرداً لا عكساً

3.2. وإن كان الراكب كلياً والمركوب جزئياً امتنع القلب طرداً وعكساً.

أي:

1.2 $\left\{\begin{array}{l} \Lambda$سـ Λصـ ك (سـ،صـ) $\longleftrightarrow$ Λصـ Λسـ ك (سـ،صـ) \\ V سـ V صـ ك (سـ،صـ) $\longleftrightarrow$ V صـ V سـ ك (سـ،صـ) \end{array}\right.$

2.2. V سـ V صـ ك (سـ، صـ) $\leftarrow$ V صـ V سـ ك (سـ، صـ)

مثال للإرتياض

لتكن القضية: «قيس يحب ليلى»

باسقاط أسماء العلم منها نحصل على المحمول

« ... ... يحب ... ... »

أي نحصل على المحمول الاثناني الذي نكتبه إذن هكذا:

ك (سـ،صـ)

بهذه الكتابة يجوز لنا الحديث عن صورة قضوية بموقعين للمتغيرا ت الشخصية. والخروج من هذه الصورة إلى قضية يتطلب تسوير متغيراتها أو تشخصيها أو هما معاً. فلو سورنا أحدهما وشخصنا الآخر جاز لنا الحصول على:

1. V صـك (سـ، صـ).

التي تقول طبقاً للمعاني التالية:

مجال القول = {الناس}

ك = يحب

سـ = قيس

« قيس يُحب بعض الناس ».

أو الحصول على:

2. V سـك (سـ ، صـ)

التي قد تقول لو كان صـ إسما لـ "ليلى":

« بعض الناس يُحب ليلى ».

وإن حصرنا مجال القول في { الناس } وسورنا كل متغيراتها الشخصية بما نتوفر عليه من أسوار، نحصل على القضايا التالية:

3. V سـ V صـك (سـ، صـ)

4. V سـ Λ صـك (سـ، صـ)

5. Λ سـ V صـك (سـ،صـ)

6. Λسـ Λصـك (سـ، صـ)

التي تقول:

3. « بعض الناس يحب بعض الناس »

4. « بعض الناس يحب كل الناس »

5. « كل الناس تحب بعض الناس »
6. « كل الناس تحب كل الناس ».

ولتذكيرك بالقراءة المصطنعة التي جرينا عليها نقرأ القضية الرمزية رقم 3:
« يوجد على الأقل سـ ويوجد على الأقل صـ، بحيث أن سـ يحب صـ».
أو بكل اختصار:
« هناك سـ وهناك صـ بحيث أن سـ يحب صـ».

والآن لنفرض أن مجال القول غير محصور في البشر لا شتماله على أشياء العالم كلها، ما ينتج عن هذا الافتراض هو تغيير في الصوغ الرمزي للقضايا 3، 4، 5 و6:

3. V سـ V صـ [(ل (سـ) ∧ ل (صـ) ∧ك (سـ، صـ)].
4. V سـ Λ صـ [ل (سـ) ∧ (ل (صـ) ← ك (سـ، صـ))]
5. Λ سـ V صـ [ل (سـ) ← (ل (صـ) ∧ ك (سـ، صـ))]
6. Λ سـ Λ صـ [ل (سـ) ← (ل (صـ) ← ك (سـ، صـ))]

نُساعدك بقراءة 3 و6:
3. « هناك سـ وهناك صـ بحيث أن سـ هو ل وصـ هو ل وسـ يحب صـ».
6. « بالنسبة لكل سـ وبالنسبة لكل صـ، فإنه إن كان سـ هو ل فإنه إن كان صـ هو ل فإن سـ يحب صـ».

ونقرأ أخيراً القضية رقم 5 على أساس أن:

مجال القول = { الأشياء }
ل (سـ) = سـ إنسان
ك (سـ، صـ) = سـ يحب صـ.

هكذا:
« بالنسبة لكل شيء سـ يوجد على الأقل شيء صـ بحيث أنه إن كان سـ إنساناً فإن صـ إنسان وسـ يحب صـ»
وبلغة عربية نقول:
« كل إنسان يُحب إنساناً ما ».
وقولك هذا ليس هو الجزم بأن:

« هناك إنسان ما يحب كل الناس »

القضية التي صاغتها العبارة المحمولية رقم 4. وإن جال بخاطرك خلاف هذا فاطرده لما فيه من عناد للنتيجة رقم 2 أعلاه.

VI. قواعد توزيع الأسوار وتحركها واختصار وتبديل مواقعها

1.VI. السور الكلي والوصل (تو∧)

ليكن المثال: « كل عدد إما أنه زوج أو أنه فرد » الذي يمكن تأديته رمزياً هكذا:

$$\wedge \text{ سـ} (\text{ك} (\text{سـ}) \vee \text{ل} (\text{سـ}))$$

على أساس اعتبار مجال القول هو { الاعداد} وك (سـ) هي زوج ول (سـ) هي فرد.

إن قولنا: « إما أن كل عدد زوج أو أن كل عدد فرد » المرموز له هكذا:

$$(\wedge \text{ سـ ك} (\text{سـ}) \vee \wedge \text{سـ ل} (\text{سـ})).$$

قول مختلف عن السابق اختلاف الصدق عن الكذب، فالمثال الأول صادق والقول الثاني كاذب.

لكن لاحظ لو كان المثال هو:

« كل إنسان هو حيوان وناطق » الممكن تأديته رمزياً هكذا:

$$\wedge \text{ سـ } (\text{ك} (\text{سـ}) \wedge \text{ل} (\text{سـ}))$$

على أساس اعتبار مجال القول هو { الإنسان} وك (سـ) هي حيوان ول (سـ) هي ناطق.

فلو قلنا: « كل إنسان حيوان وكل إنسان ناطق »

المرموز له هكذا:

$$(\wedge \text{سـ ك} (\text{سـ}) \wedge \wedge \text{ سـ ل} (\text{سـ}))$$

لكان قولنا هذا معبِّراً عن نفس مضمون القول السابق. فيجوز بالتالي استنتاج أحدهما من الآخر. ونضع قاعدة توزيع السور الكلي على الوصل:

تو ∧ - $\vdash \wedge$ سـ (ك (سـ) ∧ ل (سـ)) ⟷ ($\wedge$ سـ ك (سـ) ∧ $\wedge$ سـ ل (سـ))

ونُقرِّر:

إن وقع رابط الوصل ضمن مدى السور الكلي، جاز توزيع هذا الأخير على كل الموصولات التي يَظهر فيها المتغير المقيد بالسور المذكور. بشرط غياب أي رابط آخر ينافس الوصل في رئاسته.

ونحذَّر:

لا يُوزع السور الكلي على الفصل.

لكن:

ملاحظة

$$\vdash (\Lambda س\ ك\ (س) \vee \Lambda س\ ل\ (س)) \leftarrow \Lambda س\ (ك\ (س) \vee ل\ (س))$$

والشرط كما تعلم لا ينعكس.

2.VI. السور الجزئي والفصل (تو V)

ليكن المثال الذي يقول صدقاً:

« بعض الأعداد زوجية وبعض الاعداد فردية »

أي:

$$(V\ س\ ك\ (س)\ \ \Lambda V\ س\ ل\ (س))$$

فإن قلنا:

« بعض الاعداد زوجية وفردية »

أي:

$$V\ س\ (ك\ (س)\ \ \Lambda\ ل\ (س))$$

لكان قولنا كذباً. وواضح لك أن الاختلاف بين الصياغتين الرمزيتين راجع لاختلاف مدى السور الجزئي فيهما في علاقته برابط الوصل.

لكن لاحظ لو كان المثال هو:

« بعض الاعداد إما أنها زوجية أو أنها فردية »

أي

$$V\ س\ (ك\ (س) \vee ل\ (س))$$

ثُم وزعنا السور الجزئي على المفصولات المشمولة في مداه:

$$(V\ س\ ك\ (س) \vee V\ س\ ل\ (س))$$

وقرأناها بالعربية:

«بعض الاعداد زوجية وبعض الاعداد فردية» القضية التي تقول نفس مضمون المثال الذي انطلقنا منه. وعليه يجوز للقضيتين أن ترجع الواحدة منهما إلي الأخرى بالتلازم. إذ كلما صدقت الأولى صدقت الثانية والعكس. ونضع قاعدة توزيع السور الجزئي على الفصل:

$$\text{تو}\forall \vdash \forall \text{س} (\text{ك} (\text{س}) \vee \text{ل} (\text{س})) \leftrightarrow (\forall \text{س ك} (\text{س}) \vee \forall \text{س ل} (\text{س}))$$

ونُقَرِّر:

إن وقع رابط الفصل ضمن مدى السور الجزئي، جاز توزيع هذا الأخير على كل المفصولات التي يظهر فيها المتغير المقيد بالسور المذكور. بشرط غياب أي رابط آخر ينافس الفصل في رئاسته.

ونُحذِّر:

لا يوزع السور الجزئي على الوصل.

لكن:

ملاحظة:

$$\exists \text{س} (\text{ك} (\text{س}) \wedge \text{ل} (\text{س})) \rightarrow (\exists \text{س ك} (\text{س}) \wedge \exists \text{س ل} (\text{س}))$$

والشرط كما تعلم لا ينعكس.

3.VI. قواعد تحرك الأسوار (تح)

أو قواعد تنقّل الأسوار، ونعني بها جملة القواعد التي تسمح لنا بالخروج من العبارة المحمولية ذات الأسوار إلى عبارة ثانية لها نفس المعنى بواسطة تغييرٍ في مواقع الأسوار فيها.

نسلّم الآن بهذه القواعد ونترك أمر تبيّن مشروعيتها إلى حين توفرنا على الوسائل اللازمة لذلك. وهكذا:

	يجوز الخروج من:	إلى:
تج 1.	(ب ∧ ∧س ك(س))	∧س (ب ∧ ك(س))
تج 2.	(∧س ك(س) ∧ ب)	∧س (ك(س) ∧ب)
تج 3.	(ب ∧∨ س ك(س))	∨ س(ب ∧ ك(س))
تج 4.	(∨ س ك(س) ∧ ب)	∨ س (ك(س) ∧ب)
تج 5.	(ب ∨ ∧س ك(س))	∧ س (ب∨ ك(س))
تج 6.	(∧س ك(س) ∨ ب)	∧س (ك(س) ∨ ب)
تج 7.	(ب ∨ ∨ س ك(س))	∨ س(ب∨ ك(س))
تج 8.	(∨ س ك(س) ∨ ب)	∨ س(ك(س) ∨ب)
تج 9.	(ب ← ∧س ك(س))	∧س(ب← ك(س))
تج 10.	(ب ← ∨ س ك(س))	∨ س(ب ← ك(س))
تج 11.	(∧س ك(س) ← ب)	∨ س(ك(س) ← ب)
تج 12.	(∨ س ك(س) ← ب)	∧س(ك(س) ← ب)
	إلى ← والخروج من ←	

تحذير وتنبيه:

أ ـ لا ينبغي أن تظهر س في العبارة ب

لاحظ:

حقاً أنه يجوز الخروج من (ب ∧ ∧س ك(س)) إلى ∧ س(ب ∧ ك(س)).

لكن لو ظهرت س في ب، كما في:

(ل(س) ∧ ∧س ك(س)) امتنع الخروج لما فيه من مس بنوعية المتغيرات،

الشخصية. ذلك أن سـ في ل (سـ) متغير مُطْلق، إن طبِّقت قاعدة تحرك السور هكذا:
$^{*}\Lambda$ سـ (ل (سـ) ٨ ك (سـ)) أدى ذلك إلى تقييده. فالخروج إذن غير جائز لأنه أدى إلى تقييد ما كان مطلقاً وقد يؤدى إلى إطلاق ما كان مقيداً. للتغلب على هذه الصعوبة، وللرضوخ لهذا القيد نضع:

إن ظهر سـ في العبارة ب، قُم باختيار إسم آخر للمتغير المقيد.

لاحظ:

لتكن: (ل (سـ) ٨ Λسـ ك (سـ)) التي نريد تحريك السور الكلي فيها. لكي نتمكن من تطبيق القاعدة المناسبة دون خرق قيدها نلجأ لتغيير إسم المتغير الشخصي المقيد، وهو هنا "سـ". نُطلق عليه إذن إسم "صـ" ونكتب من جديد:

(ل (سـ) ٨ Λ صـ ك (صـ))

ثم نخرج إلى:

Λ صـ (ل (سـ) ٨ ك (صـ)).

وخروجنا هذا خاضع للقاعدة ومحترم لقيدها.

ب. أما التنبيه فهو إثارة انتباهك إلي غياب قاعدة لتحرك الأسوار عندما يكون الرابط القضوي تشارطاً. ويكون مرجعنا في هذه الحالة هو رد التشارط إلى ما يلازمه من روابط نتوفر على قاعدة لتحرك السور بالنسبة لها.

ضع لنفسك إذن طريقةً لتنقيل السور في العبارتين الماورائيتين:

(ب $\longleftrightarrow$ Λسـ ك (سـ))

(ب $\longleftrightarrow$ Vسـ ك (سـ))

4.VI. قواعد اختصار مواقع الأسوار (خصا)

خصا Λ:

$\vdash$ (Λسـ ك (سـ) $\rightarrow$ Vسـ ل (سـ)) $\longleftrightarrow$ Vسـ (ك (سـ) $\rightarrow$ ل (سـ))

خصا V:

$\vdash$ (Vسـ ك (سـ) $\rightarrow$ Vسـ ل (سـ)) $\longleftrightarrow$ Vسـ (ك (سـ) $\rightarrow$ ل (سـ))

تفسير **خصا** Λ

1. Λ سـك (سـ) ←V سـل (سـ)	فرضية
2. ~ Λسـك (سـ) ٧ V سـل (سـ)	تلازم الروابط
3. V سـ~ك (سـ) V٧ سـل (سـ))	نش ا
4. V سـ(~ ك (سـ) ٧ ل (سـ))	تو V
5. V سـ(ك (سـ) ← ل (سـ))	تلازم الروابط

إذن :

، (Λسـك (سـ) ←V سـل (سـ)) ←→V سـ(ك (سـ) ←ل (سـ))

أما تفسير **خصا V** فنؤجله إلى حين التوفر على الوسائل الضرورية لذلك، فسلّم لنا الآن بالقاعدة.

VII . الصيغ المحمولية القانونية

نتوفر على نوعين منها : صيغ محمولية شاملة وصيغ محمولية خالصة.

1.VII . الصيغ المحمولية القانونية الشاملة (أو الصدرية) .

إن نظرت في العبارتين التاليتين من زاوية العلاقة القائمة بين مدى الأسوار ومدى الروابط القضوية فيهما :

(1) Λ سـ Λ صـ(ك (سـ) ٨ ل (صـ))

(2) Λسـك (سـ) ٨ Λ صـل (صـ)

تلاحظ لا محالة أن :

- مدى الأسوار في (1) شامل لمدى رابط الوصل؛
- وأن مدى الأسوار في (2) مشمول بمدى رابط الوصل.

وتختلف العباراتان من نفس الجهة عن العبارة :

(3) Λ سـ (ك (سـ) ٨ Λصـل (صـ))

في أن مدى الأسوار فيها شامل ومشمول.

وعليه نقرر :

.1

تكون العبارة المحمولية صيغةً محموليةً قانونيةً شاملةً إذا وفقط إذا كان مدى الأسوار فيها شاملاً شمولاً تاماً لمدى الروابط القضوية الظاهرة فيها.

وهذا معناه أن أركان المربوطات في الصيغ المحمولية القانونية الشاملة خالية من الأسوار. ومرجعك للتمثيل هو الصيغة رقم (1).

2.

يُمكن رَدّ كل عبارة محمولية إلى صيغة محمولية قانونية شاملة.
ونطلق على عملية الرد هذه إسم تصدير الأسوار.

وتُسعفنا قواعد توزيع وتحرك الأسوار، بمساعدة قيودها، على رد كل عبارة محمولية إلى صيغتها القانونية الشاملة، وبيان الخَطْوِ كالتالي:

1. إن ظَهَر السور في ركن من أركان رابط التشارط وجب حذف هذا الأخير بالإنابة(*)
2. إن اشتركت المتغيرات الشخصية في أسمائها وجب رفع هذا الاشتراك بتغيير أسماء المُقيد منها.
3. إن ظهرت إمكانية توسيع مدى أي سور في العبارة وجب تطبيق القاعدة المناسبة لتوزيعه أو تحركه.
4. تُكَرَّر الخطوة الماضية ـ 3 ـ إلي حين استنفادها وبذلك تحصل على الصيغة المحمولية القانونية الشاملة.

مثال للإرتياض

(1) إن العبارة:

Λسـ[ك (سـ) ←(V سـك (سـ)↔V صـك (صـ)]،

ليست بصيغة قانونية وذلك لأن أسوارها شاملة ومشمولة في نفس الوقت. للخروج منها إلى صيغة قانونية شاملة نحتاج لا نجاز الخطوات الأربع المذكورة.

1. الخطوة الأولى، نحذف فيها التشارط بالإنابة. فيكون لنا:

1. Λسـ{ ك (سـ)←[(V سـك (سـ)←V صـك (صـ)) ^(V صـك (صـ) ←V سـك (سـ))]}

2. الخطوة المقبلة، نقوم فيها بتغيير أسماء المتغيرات الشخصية المقيدة:

2. Λسـ{ ك (سـ)←[(V عـك (عـ)← V صـك (صـ)) ^(V فـ ك (ف) ← V مـك (مـ))]}.

وبهذا نكون قد أقصينا إمكان الاشتراك اللفظي.

3. الخطوة المقبلة، نقوم فيها بتطبيق القواعد المناسبة لتوزيع وتحرك الأسوار:

*) بواسطة تلازم الروابط.

3. Λ سـ { ك (سـ) ← [Λ عـ (ك (عـ) ← V صـ ك (صـ)) ∧ Λ ف (ك (ف) ← V مـ ك (مـ))]}

قمنا هنا مرتين بتطبيق القاعدة تع 12. وسنطبق الآن القاعدة تع 10 مرتين ندل عليهما بأسهم قائمة:

4. Λ سـ {ك (سـ) ← [Λ عـ V صـ (ك (عـ) ← ك (صـ)) ∧ Λ ف V مـ (ك (ف) ← ك (مـ))]}

نطبق الآن مرتين كلاً من القاعدة تع 2 والقاعدة تع 4:

5. Λ سـ {ك (سـ) ← Λ عـ V صـ Λ ف V مـ [(ك (عـ) ← ك (صـ)) ∧ (ك (ف) ← ك (مـ))]}.

ونطبق أخيراً القاعدة تع 9 مرتين والقاعدة تع 10 مرتين كذلك:

6. Λ سـ Λ عـ V صـ Λ ف V مـ { ك (سـ) ← [(ك (عـ) ← ك (صـ)) ∧ (ك (ف) ← ك (مـ))]}.

ما حصلنا عليه إذن هو المطلوب، أي الصيغة القانونية الشاملة الخارجة من عبارتنا الأصلية. كما تلاحظ، فمدى الأسوار فيها شامل شمولاً تاماً لمدى الروابط القضوية الظاهرة فيها.

المثال الثاني: المطلوب نقل العبارة التالية إلى صيغة قانونية شاملة:

(2) Λ سـ ك (سـ) ← (Λ سـ ل (سـ) ↔ Λ سـ م (سـ))

ستتم خطوات النقل بشكل متتالي ينص على تبرير كل خطوة منها ما يحتويه عمود التبرير، وهو العمود الموجود في أقصى يسار الصفحة.

1. ∧ سـ ك (سـ) ← (∧ سـ ل (سـ) ↔ ∧ سـ م (سـ)) العبارة

2. ∧ سـ ك (سـ) ← [(∧ سـ ل (سـ) ← ∧ سـ م (سـ)) ∧ (∧ سـ م (سـ) ← ∧ سـ ل (سـ))] إنابة ↔

3. ∧ سـ ك (سـ) ← [∧ سـ (∧ سـ ل (سـ) ← م (سـ)) ∧ (∧ سـ م (سـ) ← ل (سـ))]. تع 9

4. ∧ سـ ك (سـ) ← ∧ سـ [(∧ سـ ل (سـ) ← م (سـ)) ∧ (∧ سـ م (سـ) ← ل (سـ))]. تو ∧

5. ∧ سـ ك (سـ) ← ∧ صـ [(∧ عـ ل (عـ) ← م (صـ)) ∧ (∧ ف م (ف) ← ل (صـ))] . تغيير أسماء المتغيرات.

المقيدة

6. V سـ ∧ صـ {ك (سـ) ← [V عـ (ل (عـ) ← م (صـ)) ∧ V ف (م (ف) ← ل (صـ))]} تع 11 وتع 9.

7. V سـ ∧ صـ V عـ V ف {ك (سـ) ← [(ل (عـ) ← م (صـ)) ∧ (م (ف) ← ل (صـ))]} تع 4 و تع 9.

وهو المطلوب.

تمارين

انقل العبارات المحمولية التالية إلى صيغها القانونية الشاملة:

1. [∧ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∧ V سـ (ل (سـ) ∧ م (سـ))] ← V سـ (ك (سـ) ∧ م (سـ)).

2. ∧ سـ { ك (سـ) ← [V سـ ك (سـ) ↔ V صـ ل (صـ)]} ∧ ⊢ V سـ ك (سـ).

3. (V صـ ك (صـ) ∧ ∧ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ))) ∨ ⊢ ∧ سـ V صـ (ك (سـ) ↔ ل (صـ)).

4. (∧ سـ ك (سـ) ∧ ⊢ ∧ سـ ل (سـ)) ← ⊢ ∧ سـ (ك (سـ) ↔ ل (سـ)).

2.VII. الصيغ المحمولية القانونية الخالصة

إن نظرتَ في العبارتين التاليتين من زاوية تداخل مدى الأسوار فيهما:

(1) Λسـ (ك (سـ) ∘ Λصـ ل (صـ)).

(2) (Λ سـ ك (سـ) ∘ Λ صـ ل (صـ)).

تلاحظ لا محالة أن مدى السور 'Λصـ' في العبارة (1) مشمول بمدى السور 'Λسـ'، ومدى هذا الأخير شامل لمدى الأول. ففي (1) إذن نجد الأسوار تارة شاملة لمدى غيرها وتارة مّشمولة به، على خلاف ما نلاحظه في (2) حيث نجد أن لكل سور فيها مدى خالصاً متحرراً من الاشتمال أو الشمول لغيره.

ونقرّر:

1. **تكون العبارة المحمولية صيغةً قانونية خالصة إذا وفقط إذا كان مدى كل سور سورٍ فيها شاملاً فقط لصور قضوية أو عباراتٍ خاليةٍ من الأسوار.**

2. **يمكن ردّ كل عبارة محمولية قُيّدت كل متغيراتها الشخصية إلى صيغة محمولية قانونية خالصة.**
ونطلق على عملية الردّ هذه إسم تخليص الأسوار.

تسعفنا جملة القواعد العامة للأسوار (التي سبق لنا وضعها) في هذه العملية. لكن قبل البدء بتطبيق القواعد قد نحتاج للوسيلة التمهيدية التالية:

1. إن كان المطلوب هو تخليص السور الجزئي، يمكن أن نعمد إلى نقل العبارة إلى صورة قانونية فصلية[1].

2. وإن كان المقصود هو تخليص السور الكلي يمكن أن نعمد إلى نقل العبارة إلى صورة قانونية وصلية.

لاحظ علاقة هذه الوسيلة المزدوجة بقاعدتي توزيع السورين على كل من الفصل والوصل.

(1) عن الصور القانونية، انظر إشارتنا في: **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**، ص. 6.

مثال للارتياض

المطلوب هو الحصول على صيغة قانونية خالصة للعبارة المحمولية:

1. V سـ[(ك (سـ) ∨ Λ صـ ل (صـ)) ∧ (ك (سـ) ∨ م (سـ))].

تُلاحظ أنها عبارة جزئية لتصدر السور الجزئي فيها. لذا نحتاج في تخليصها إلى نقلها أولاً إلى صورة قضوية قانونية فصلية وذلك قصد التمكن من تطبيق قاعدة توزيع السور الجزئي على الفصل:

وهذه صورتها القانونية الفصلية:

2. V سـ[ك (سـ) ∨ (Λ صـ ل (صـ) ∧ م (سـ))].

وبتطبيق (تو V) على 2، نحصل على:

3. V سـك (سـ) ∨ V سـ (Λ صـ ل (صـ) ∧ م (سـ)).

لازلنا بعد لم نتمكن من تخليصها لأن السور 'Λصـ' لازال واقعاً تحت مدى 'V سـ'، لذا نلجأ للقاعدة (تح 4) التي يُعطينا تطبيقها:

4. V سـك (سـ) ∨ (Λ صـ ل (صـ) ∧ V سـم (سـ)).

وهي كما ترى عبارةٌ خارجةٌ من (1) بناءً على تطبيقٍ مُتتابع لقواعد الأسوار وكذا قواعد الروابط القضوية ـ عند النقل إلى الصورة القانونية الفصلية ـ. وتتميز كما ترى أيضاً بامتناع ظهور أي سور في مدى سور آخر. فحققت بذلك صفة: الصيغة المحمولية القانونية الخالصة.

مثال آخر

قم بتخليص العبارة:

1. { Λ سـ[ك (سـ) ← (V سـك (سـ) ↔ V صـ ل (صـ))] ∧ V سـك (سـ)}.

جئناك بهذا المثال كي لا تفهم منّا أن المرور من الصور القانونية أمر إجباري. لذا نؤكد لك هنا أن أمر ضرورة الخطوة التمهيدية متروكٌ لفطنتك وادراكك لاختلاف العبارات. لا مانع في مثالنا الحالي من تطبيق الخطوة التمهيدية غير أننا لسنا ملزمين بذلك لأن النتيجة في جميع الأحوال ستكون واحدة.

لاحظ:

إن القاعدة تخ 12 كافية لإمدادنا بصيغة قانونية خالصة لهذا المثال.

2. {[V سـ ك (سـ) ←(V سـ ك (سـ) ↔V صـ ل (صـ)] ∧ ~V سـ ك (سـ)}.

وهو المطلوب.

تمارين

خلِّص العبارات المحمولية التالية:

1. ∧سـ ∧صـ ∧عـ {[(ك (سـ)←ل (سـ)) ∧ (م (صـ) ←ل (صـ))] ←(ك (عـ) ←م (عـ))}.
2. ∧صـ V سـ (ك (سـ ،صـ) ↔ك (سـ، سـ)).

الفصل الثاني

نَحْوُ اللُّغَة المَحْمُولِيّة

لحد الآن كان استعمالنا للغة الرمزية استعمالاً حدسياً مكّننا من كتابتها بتلقائية شبيهة بتلقائية الناطق للغته الأم دون إدراك لصناعة نحوها المقنّنة.

I. في الفصل الحالي سنتجاوز تلقائيتنا الحدسية في كتابة لغتنا المحمولية إلى وضع نحوٍ قادر على الحسم في نحوية عباراتنا. ويتكون هذا النحو من ثلاثة أبواب: باب كتابة مفردات اللغة أو الترميز، وباب كتابة عبارات اللغة أو التركيب، وباب سلامة عبارات اللغة أو سلامة التركيب. وقبل فتح هذه الأبواب واحداً واحداً نذكرك بالقسمة المشهورة للغة إلى لغة في الوضع الأول أو اللغة الشيئية؛ ولغة في الوضع الثاني فما فوق أو اللغة الماورائية. وتتكون هذه الأخيرة عندنا من:

1. اللغة العربية.

2. مجموعة المتغيرات التالية التي نطلق عليها إسم المتغيرات الماورائية أو النحوية:

ب ، جـ ، ... ذ : متغيرات نحوية للحروف القضوية. وقد تُذيّلُ برقم لتمييز العدد عند الحاجة لغيرها.

ن ، ﴿ ، ... هـ : متغيرات نحوية ما ورائية لعبارات اللغة المحمولية، وقد تُذيّلُ برقم لتمييز العدد عند الحاجة لغيرها.

س : متغير ما ورائي نحوي للمتغيرات الشخصية في اللغة المحمولية. وقد يكون مذيلاً برقم لتمييز العدد عند الحاجة لغيره: ($س$، $س_1$، $س_2$، ...... ، $س_ن$).

$\overline{س}$: متغير مارائي نحوي للثابت الشخصي في اللغة المحمولية. وقد يكون مذيلاً برقم لتمييز العدد عند الحاجة لغيره:

($\overline{س}$، $\overline{س}_1$، $\overline{س}_2$، ...، $\overline{س}_ن$).

$\overline{ك}$: متغير ماورائي للحروف المحمولية. وقد يكون مذيلاً برقم لتمييز العدد عند الحاجة لغيره:

($\overline{ك}$ $\overline{ك}_1$، $\overline{ك}_2$، ... ، $\overline{ك}_ن$).

بواسطة هذه اللغة الماورائية نقوم بوضع نحو اللغة المحمولية.

1.I. باب كتابة المفردات أو الترميز:

القاعدة:

تتكون مفردات اللغة المحمولية من الرموز التالية فقط:

1. ـ الحروف القضوية، وعددها غير محصور:

ب، جـ، ذ، هـ، ب$_1$، جـ$_1$، ذ$_1$، هـ$_1$، ب$_2$، جـ$_2$، ... إلخ.

2. ـ حروف المتغيرات الشخصية، عددها غير محصور:

سـ، صـ، عـ، ف، سـ$_1$، صـ$_1$، عـ$_1$، ف$_1$، سـ$_2$، صـ$_2$، ... إلخ.

3. ـ حروف الثوابت الشخصية، وعددها غير محصور:

$\overline{سـ}$، $\overline{صـ}$، $\overline{عـ}$، $\overline{ف}$، $\overline{سـ}_1$، $\overline{صـ}_1$، $\overline{عـ}_1$، $\overline{ف}_1$، $\overline{سـ}_2$، $\overline{صـ}_2$، ... إلخ.

4. ـ الحروف المحمولية، وعددها غير محصور:

ك، ل، م، ع، ك$_1$، ل$_1$، م$_1$، ع$_1$، ك$_2$، ل$_2$، ... إلخ.

5. ـ الرموز المنطقية وعددها ثلاثة عشر:

$\sim$، ٨، ٧، $\rightarrow$، $\leftrightarrow$، (،)، [،]، { ، }، ٧، ٨.

كل رمز خرج عن المجموعات الخمس الماضية ليس من مفردات اللغة المحمولية.

2.I. باب كتابة العبارة أو التركيب.

القاعدة

كلّ متوالية منتهية من رمز أو أكثر من الرموز الماضية (I.1) المكتوبة من اليمين إلى اليسار على سطر واحد أو أكثر تكون عبارة محمولية.

وهكذا فكل واحدة واحدة من المتواليات التالية:

- ب .
- ب ٨ حـ) ← ٧ ك .
- ٧ سـ ك (سـ) ← (٨ ل ٧ [عـ ٨ ع (عـ) .
- ٨ سـ{ [ك (سـ) ← ل(صـ،عـ)] ٨ (٧ ل صـ ل (سـ) ↔ ٧ صـ ل (صـ)) } .

عبارة محمولية . وتوضح النقطة المرسومة في آخرها إنتهاءها .

ولا عبارة محمولية بدون تتابعٍ منتهٍ لمفرداتها من اليمين إلى اليسار .

3.I . باب سلامة العبارة أو سلامة التركيب .

القواعد

1 . ﻥ عبارة سليمة التركيب و ﻫ عبارة سليمة التركيب .

2 . إن كان ك حرفاً محمولياً وكان $س$ ، $س_1$ ، . . . ، $س_ن$ حرفاً لمتغير شخصي ، فإن :

ك ($س$ ، $س_1$ ، . . . ، $س_ن$) عبارة سليمة التركيب .

3 . إن كان ك حرفاً محمولياً وكان $\overline{س}$ ، $\overline{س}_1$ ، . . . ، $\overline{س}_ن$ حرفاً لثابت شخصي ، فإن :

ك ($\overline{س}$ ، $\overline{س}_1$ ، . . . ، $\overline{س}_ن$) عبارة سليمة التركيب .

4 . إن كانت ﻥ عبارة سليمة التركيب فإن :

(ـــ ﻥ) عبارة سليمة التركيب .

5 . إن كانت ﻥ عبارة سليمة التركيب و ﻫ عبارة سليمة التركيب ، فإن :

(ﻥ ٨ ﻫ) عبارة سليمة التركيب .

6 . إن كانت ﻥ عبارة سليمة التركيب و ﻫ عبارة سليمة التركيب . فإن :

(ﻥ ٧ ﻫ) عبارة سليمة التركيب .

7 . إن كانت ﻥ عبارة سليمة التركيب و ﻫ عبارة سليمة التركيب ، فإن :

(ﻥ ← ﻫ) عبارة سليمة التركيب .

8 . إن كانت ﻥ عبارة سليمة التركيب و ﻫ عبارة سليمة التركيب ، فإن :

(ﻥ ↔ ﻫ) عبارة سليمة التركيب[1] .

9 . إن كانت ﻥ عبارة سليمة التركيب . فإن :

٧ ـــ ﻥ عبارة سليمة التركيب

(1) وتُجرى نفس القواعد 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8 إذا تعلق الأمر بـ ﺏ و ﻫ .

10. إن كانت ث عبارة سليمة التركيب، فإن:

Λ سـ ث عبارة سليمة التركيب.

11. لا عبارة سليمة التركيب بدون القواعد من 1 إلى 10.

II. إجراء القواعد النحوية

لقد حصر الباب الأول مفردات اللغة المحمولية، ووضع الباب الثاني قاعدة تركيب عباراتها، أما الباب الثالث فقد قَعّد لسلامة تركيب تلك العبارات. فيما يلي وصف لطريقتين مختلفتين في إجراء القواعد النحوية.

1.II. الاشتقاق النحوي

لتكن المرسومات التالية:

(1) Λ سـ [(ك (سـ) ٨ ب) ←V صـ ل (صـ)].

أولاً: إن كل مرسوم فيها داخلٌ بالتماثل تحت مفردة من مفردات اللغة المحمولية التي وضعها الباب الأول. إذ تجد هنا أن:

٨، ←، (،)، [،]، Λ ، V.

داخل تحت مجموعة الرموز المنطقية وأن:

ك، ل.

تحت مجموعة المتغيرات المحمولية وأن:

سـ. صـ.

تحت مجموعة المتغيرات الشخصية.

إذن: لا يوجد في هذه المرسومات أيّ مرسوم خارج عن مفردات اللغة المحمولية. وبهذا تَمَّ إجراء قاعدة الباب الأوّل.

ثانياً: لقد كُتبت المفردات المحمولية الماضية بالتتابع من اليمين إلى اليسار بشكلٍ منته وعلامةُ انتهائه نقطة اللغة العربية (.). وبذلك فهي تُلبي مطلب قاعدة الباب الثاني فيقال عنها إنها عبارة من اللغة المحمولية.

إذن: لا يوجد في (1) أي مفردة محمولية خارج التتابع المنته لكل مفرداتها. وبهذا يتم إجراء قاعدة الباب الثاني.

ثالثاً: أما إجراء قواعد الباب الثالث فيتم بواسطة التدرج العمودي النازل التالي، الموصوف لاحقاً:

0	∧ سـ[(ك (سـ) ٨ ب) ←V صـل (صـ)]	
1.	ب	عست، ق 1.
2.	ك (سـ)	عست، ق 2.
3.	ل (صـ)	عست، ق 2،
4.	(ك (سـ) ٨ب)	عست، من 2+1، ق 5،
5.	V صـل (صـ)	عست، من 3، ق 9.
6.	[(ك (سـ) ٨ ب) ←V صـل (صـ)]	عست، من 4+5، ق 7.
7.	∧سـ[(ك (سـ) ٨ب) ← V صـل (صـ)]	عست، من 6، ق 10.

يتكون هذا الاشتقاق النحوي من ثلاثة أعمدة يترأسها سطر يُطلق عليه إسم: المدخل تُسجل فيه العبارة المحمولية التي يُراد إجراء القواعد النحوية عليها. وفي العمود الأول الواقع إلى أقصي اليمين نجد أرقام العبارات المسجلة في العمود الثاني الواقع في الوسط.

أما العمود الثالث والأخير فيضم في كل سطر من أسطره:

1. الحكم بسلامة تركيب العبارة المسجلة في ذلك السطر من العمود الأوسط (= **عست**)،

2. القاعدة التي سمحت بالحكم (= ق ن)،

3. رقم العبارة أو العبارات التي اشتقت منها العبارة المحكوم عليها في ذلك السطر. إن كانت من عبارة واحدة، كان الرقم واحداً (ن) وإن كانت من عبارتين كان الرقم متعدداً (ن+ن).

نتيجة 1

وهكذا تكون العبارة المحمولية ☜ سليمة التركيب إذا وفقط إذا وجد اشتقاق نحوي تحتل فيه ☜ آخر سطر.

مثال للارتياض

(1). [(V سـك (سـ) ٨ ل (صـ)) ←جـ]

لتبيّن سلامة تركيب هذه العبارة بواسطة الاشتقاق النحوي، نبدأ بتسجيلها في السطر رقم (0) من الجدول:

0	[(∀ سـك (سـ) ∧ ل (صـ) ← جـ].	
1	.	.
2	.	.
.	.	.
.		
.		

في السطر الأول من العمود الأوسط، نُسجل، ك (سـ)، التي تحكم القاعدة رقم 2 بسلامة تركيبها ونكتب في نفس السطر من العمود الثالث: **عست**، ق 2.

0		
1	ك (سـ)	عست، ق 2
2	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	

في السطر الثاني أسفل، ك (سـ)، نُسَجّل، ل (صـ)، الخارجة لنا بتطبيق القاعدة رقم 2 كذلك.

1	ك (سـ)	عست، ق 2
2	ل (صـ)	عست، ق 2
3		
.	.	.
.	.	.
.	.	.

في السطر الثالث أسفل، ل (صـ)، نسجل، جـ، التي تحكم القاعدة رقم 1 بسلامة تركيبها:

1	ك (سـ)	عست، ق 2
2	ل (صـ)	عست، ق 2
3	جـ	عست، ق 1
4	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.

في إجرائنا للقواعد بدأنا بتلك التي لا تحتاج في تطبيقها لأي عبارة سابقة في الاشتقاق. وهذه القواعد هي: 1 و2:

1ـ ب عبارة سليمة التركيب و ﻙ عبارة سليمة التركيب،

2ـ إن كان ك حرفاً محمولياً وكان س، س$_1$، ...، س$_ن$ حرفاً لمتغير شخصي، فإن:

ك (س، س$_1$، ...، س$_ن$) عبارة سليمة التركيب.

وكما تلاحظ لم يبق من مفردات عبارتنا أي مكون تجرى عليه القاعدة الأولى أو الثانية، لذا نعمد فيما يلي من الأسطر الاشتقاقية إلى استثمار القواعد الأخري التي يتطلب اجراؤها وجود على الأقل عبارة واحدة سبق الحسم في سلامة تركيبها. وهكذا نسجل بناءً على القاعدة رقم 9 العبارة 'V سـ ك (سـ)' في العمود المعهود، وهي عبارة خارجة من العبارة رقم 1 بناءً على إجراء **عست**، ق 9:

1	ك (سـ)	عست، ق 2
2	ل (سـ)	عست، ق 2
3	جـ	عست، ق 1
4	V سـ ك (سـ)	عست، من 1، ق 9
5	.	.
6	.	.
.		

في السطر الخامس نسجل العبارة 'V سـ ك (سـ) ∧ل (صـ)' التي تخرج لنا من العبارة رقم 4 والعبارة رقم 2 إثرَ إجراء **عست**، ق 5.

.	.	.
.	.	.
2	ل (سـ)	.
3	جـ	.
4	V سـ ك (سـ)	عست، من 1، ق 9
5	(V سـ ك (سـ) ∧ل (صـ))	عست، من 4 + 2، ق 5.
.	.	.
.	.	.

وفي السطر السادس نسجل العبارة:

'[(V سـك (سـ) ٨ ل (صـ)) ← جـ]' التي تخرج لنا من العبارة رقم 5 ومن العبارة رقم 3 إثر إجراء القاعدة عست 7:

0	[(V سـك (سـ) ٨ل (صـ) ← جـ].	
1	ك (سـ)	عست، ق 2
2	ل (سـ)	عست، ق 2
3	جـ	عست، ق 1
4	V سـك (سـ)	عست، من 1، ق 9
5	(V سـك (سـ) ٨ ل (صـ))	عست، من 4 + 2، ق5
6	[(V سـك (سـ) ٨ل (صـ)) ← جـ]	عست، من 5+3، ق 7

المثال الثاني:

هل العبارة التالية سليمة التركيب؟

(2) [٨سـك (سـ) (٨ ل (صـ) ← جـ)]

سنحدو حدو خطوات المثال الأول:

1. رسم الجدول وإدخال العبارة (2) في السطر (0).
2. نجري القاعدتين الأولى والثانية في الأسطر الأولى منه.
3. نطبق باقي القواعد ونسجل نتائج الاجراء في الأسطر الموالية.

0	[(٨سـك (سـ) (٨ ل (صـ) ← جـ].	
1	جـ	عست، ق 1
2	ك (سـ)	عست، ق 2
3	ل (سـ)	عست، ق 2
4	٨سـك (سـ)	عست، من 2، ق10

امتنع علينا الاستمرار ووجب علينا التوقف دون التمكن من تسجيل العبارة (2) في آخر سطر من الاشتقاق ومَرَدُّ هذا الامتناع، سبب التوقف، إلى استنفاذ القواعد

الجارية على تركيب مفردات هذه العبارة. إذ لا نتوفر على قاعدة تسمح مثلاً بسلامة مثل هذا التركيب: '(∧ل (صـ)' ولا بسلامة '(∧ل (صـ) ←م) جـ]' وعليه بناءً على القاعدة (11) من قواعد سلامة التركيب تكون العبارة (2) عبارة غير سليمة التركيب.

من جدول المثال (2) والتعليق عليه لا يصعب علينا إدراك ما يلي:

نيتجة 2

يكون الاشتقاق النحوي للعبارة المحمولية ↔ اشتقاقاً نحوياً تاماً إذا وفقط إذا احتلت فيه ↔ آخر سطر من أسطره.

كما لا يصعب إدراك:

نيتجة 3

تكون العبارة المحمولية ↔ عبارة سليمة التركيب إذا وفقط أذا كان اشتقاقها النحوي تاماً.

تمارين

باستعمال الاشتقاق النحوي، اختبر سلامة تركيب العبارات:

1 ـ ∧سـ Vصـ [(ك (سـ) ∨ ل (صـ) ←م (صـ)].

2 ـ ∧سـ [Vصـ[ك (سـ) ∨ ل (صـ)) ←م (صـ)].

3 ـ ∧سـ [Vصـ (ك (سـ) ∨ ل (صـ)) ←م (صـ)].

4 ـ [(ب ←حـ) ∨ ك (سـ)] ↔ د] ← Vسـ ل (سـ).

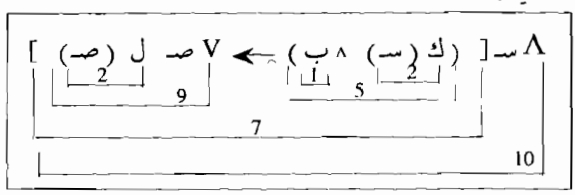
2.II. المُخَطَّط النحوي لبيان سلامة التركيب

قد يأخذ المخطط النحوي للعبارة:

'∧سـ[(ك (سـ) ∧ ب) ← Vصـ ل (صـ)]'

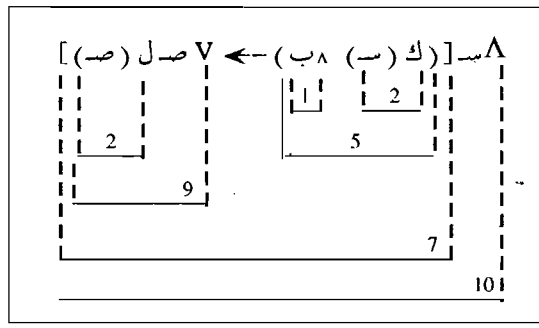
الهيئة التالية:

1



أو يأخذ الهيئة:

②



وفي الهيئة الأولى كما في الهيئة الثانية لم ترد الأرقام لرتبة الخطوط وإنما للإحالة على قواعد التركيب المُجراة.

وبيان ذلك كالتالي:

$$\Lambda سـ [ك (سـ) \ ^{1}\wedge ب) \rightarrow V صـ ل (صـ)]$$

عندما سطّرت أسفل ب، برّزتُ وجود ذلك السطر برقم القاعدة (=ق ١). وللاختصار سجلتُ فقط الرقم: ١. أما العبارتان 'ك (سـ)' و'ل (صـ)' فسلامة تركيبهما مضمونة بالقاعدة ق 2. لذا:

$$\Lambda سـ [(ك (سـ) \ ^{1}\wedge ب) \rightarrow V صـ ل (صـ)]$$
$$\text{2} \qquad \text{1} \qquad \text{2}$$

وتضمن لنا القاعدة (= ق 5) سلامة تركيب العبارة (ك (سـ) ٨ ب)، فما علينا إلا بالتسطير تحتها:

$$\Lambda س [(ك (سـ) \ ^{1}\wedge ب) \rightarrow V صـ ل (صـ)]$$
$$\text{2} \qquad \text{1} \quad \text{2} \qquad \text{2}$$
$$\text{5}$$

وعلى نفس القياس يمكنك الاستمرار إلى أن تحصل على الهيئة التامة رقم ②.

تمارين

باستعمال المخطط النحوي، اختبر سلامة تركيب عبارات تمارين الفقرة الماضية.

الفصل الثالث

تَـأوِيلُ اللّغَة المَحْمُولِيّة

I. تأويل اللغة المحمولية

1.I. تتعلق شروط صدق عبارات اللغة المحمولية بالأمور الثلاثة التالية:

اختيار معين لمجال القول،

كيفية تأويل الحروف المحمولية،

كيفية تأويل الثوابت الشخصية.

لتكن القضية 'ك (سـ)'، إن صدقها أو كذبها متعلق بكيفية تأويلنا للمحمول 'ك' وللثابت الشخصي 'سـ'. فلو أسندنا لـ 'ك (سـ)' المعنى 'سـ إنسان' وأسندنا لـ 'سـ' كونه 'سقراط' فستصدق 'ك (سـ)'. أما لو أوّلنا 'سـ' باعتبارها 'سقراط'، وعيّنا لـ 'ك (سـ)' المحمول 'سـ عربة' فإن 'ك (سـ)' ستكذب لأن سقراط ليس عربة. وبالمثل فشروط صدق 'ل (سـ، صـ)' متعلقة بتأويل كل من 'ل' و'سـ' و'صـ'.

وعندما نقوم بتأويل المحمولات والثوابت الشخصية، فإننا نُنْجز ذلك في ظل مجال للقول. ومجال القول بالنسبة لتأويل ما (انطلاقاً من الآن نختصره في '**ملق**') هو مجموعة غير فارغة تضم الأشياء التي تتعلق بها قضايا اللغة المحمولية المراد تأويلها. وبمجرد ما يتم تعيين مجال القول يمكن تأويل المحمولات المتعلقة به. فمثلاً لو كان **ملق** هو مجموعة الكائنات الحية وقررنا تأويل 'ك (سـ)' باعتبارها 'سـ إنسان'، فإننا قد نقول إنه ضمن هذا التأويل ينتقي المحمول 'ك' من كل الكائنات الحية فئة الإنسان. أي أن المحمول 'ك' يصدق على تلك الكائنات الحية التي تكون إنساناً. نُطلق على مجموعة الأفراد التي يشملها المحمول إسم **الماصدق** أو **الشمول**.

أما الثابت الشخصي فيتم تأويله بتعيين عنصر من المجال. وهكذا لو اخترنا مجال القول باعتباره مجموعة الكائنات الحية، فإننا نستطيع أن نعين لـ 'سـ' كائناً حيّاً مخصوصاً باعتباره تأويلاً له. لاحظ أننا سنعطي فيما يلي مثالين لتأويلين مختلفين للقضية 'ك (سـ)':

1. مـلق : مجموعة الأعداد الطبيعية
ك (سـ): سـ عدد أولي
سـ : 4

2. مـلق : مجموعة حيوانات حديقة «تمارة».
ك (سـ): سـ كلب
سـ : الكلب بوبي

بمجرد تأويل مكونات العبارة (أي 'ك' و 'سـ') نستطيع تحديد القيمة الصدقية للقضية 'ك (سـ)' ضمن هذا التأويل. فتصدق ك (سـ) فقط ضمن التأويل الذي يكون فيه الموضوع الذي يسميه الثابت سـ عنصراً من ما صدق ك.

لاحظ أن 'ك (سـ)' كاذبة ضمن التأويل 1 وصادقة ضمن التأويل 2.

لنلتفت الآن للأنواع الأخرى من المحمولات؛ افرض أننا اخترنا مجال القول باعتباره مجموعة الأعداد الطبيعية وأردنا تأويل 'ك (سـ،صـ)' باعتبارها 'سـ أكبر من صـ'، فإننا لا نستطيع القول ببساطة إن المحمول 'ك' يُقال على عناصر من مـلق. فمما لا معنى له الإدعاء بأن 'ك (سـ، صـ)' تنطبق أو لا تنطبق على 5. المفيد المعقول هو القول بأن المحمول المُؤوّل ينطبق على أزواج من الموضوعات ضمن مـلق. فما صدق المحمول في هذه الحالة هو المجموعة المكونة من أزواج من العناصر وليس فقط من عناصر. كما يجب اعتبار هذه الأزواج مرتبة بحيث أن لكل منها عنصراً أولاً وعنصراً تانياً. فلو صدق 'ك (سـ، صـ)' في حالة كون سـ هي 5 وصـ هي 2، فإنه لا يصدق في حالة الزوج (2،5). إن ما صدق المحمول 'ك (سـ،صـ)' يضم كلَّ وفقط كل الأزواج المرتبة من العناصر التي يكون فيها العنصر الأول أكبر من العنصر الثاني ضمن مجال القول المختار. فيما يلي نعطي تأويلاً لـ 'ك (سـ، صـ)':

مـلق : مجموعة الاعداد الطبيعية
ك (سـ، صـ) : سـ أكبر من صـ
سـ : العدد 2
صـ : العدد 5

ويتضح أن القضية كاذبة ضمن هذا التأويل. وعلى نفس المنوال يتم تأويل المحمولات الثلاثية والرباعية وما فوقها. وهكذا يكون للمحمول الثلاثي ما صدقٌ هو المجموعة المكونة من ثلاثيات مرتبة، وللمحمول الرباعي المجموعة المكونة من رباعيات مرتبة من الموضوعات الداخلة في مجال القول.

رفعٌ لا لتباس محتمل

افرض أننا وضعنا التأويل التالي للقضية 'ك (سـ،سـ)':

ملق : مجموعة البشر

ك (سـ، صـ): سـ وصـ ابنان لنفس الأب

سـ : عمر

في هذا التأويل تكون القضية صادقة، إذ يُمكن قراءتها على هذا النحو: «عمر وعمر ابنان لنفس الأب»، وهي صادقة في حالة تحقق علمنا بكون عمر إبن لنفس الأب الذي ولد عمر. وعليه فإن الزوج من الأبناء الذي دخل في ما صدق المحمول ك ضمن هذا التأويل هو الزوج الذي عنصره الأول هو عمر وعنصره الثاني هو أيضاً عمر. إن أهم نقطة في هذا المثال هي أن العلاقة يمكنها أن تقوم بين الموضوع ونفسه الذي نعبر عنه باسم واحد (= سـ).

ويمكن أيضاً لتأويل ما أن يعين نفس العنصر من المجال لأكثر من ثابت شخصي واحد. فيما يلي مثال على ذلك:

ملق : مجموعة كواكب المنظومة الشمسية

ك (سـ،صـ): سـ أقرب إلى الشمس من صـ

سـ : الأرض

صـ : الأرض

أخذنا في هذا التأويل 'سـ' و'صـ' كإسمين لنفس العنصر مما يجعل القضية 'ك (سـ، صـ)'، قضية كاذبة لأن الأرض ليست أقرب إلى الشمس من الأرض. وعادة ما نلجأ في صياغتنا الرمزية للسان الطبيعي إلى استعمال ثوابت شخصية مختلفة لتسمية أعيان مختلفة؛ غير أنه لو أردنا توظيف ثوابت شخصية مختلفة لتسمية نفس العين لكان في مقدورنا ذلك. وهذا من قبيل ما نلاحظه في اللغة العربية مثلاً عندما يطلق على شيء واحد أكثر من لفظ واحد، كما في «ملك المغرب وقت استقلاله» و«محمد الخامس». وعلى خلاف ما نجده في العربية من كون اللفظ الواحد أحياناً ما يُسمى

أكثر من شيء واحد ـ الاشتراك اللفظي ـ، فإن اللغة المحمولية الرمزية لا تسمح بهذا الاشتراك. حقا أنه من الممكن في هذه اللغة الأخيرة أن يكون لنفس العين إسمان، أما أن يُسمي الاسم الواحد أكثر من عين واحدة فذاك أمر ممنوع.

2.I. شروط صدق القضايا المركبة الخالية من الأسوار

تتحدد القيم الصدقية للقضايا المحمولية المركبة الخالية من الأسوار بناءً على التحديد الذي تضعه قواعد الروابط المنطقية التي تدخل في تركيبها. في هذه الحالة يتم التعامل مع القضايا المحمولية الخالية من الأسوار كما لو كانت حروفاً قضوية. وهكذا إن كانت القضية 'ل (سـ،صـ)' كاذبة مثلاً فإن القضية المركبة '(ب ∨ ـك (سـ))∧ل(سـ ،صـ)' تكون كاذبةً بناءً على قاعدة الوصل، مادام الوصل هو الرابط القضوي الرئيس فيها.

وهنا لا بد من التذكير بأن إجراء قواعد الروابط مسبوق طبعاً بإسناد للقيم الصدقية التي يوفرها لنا تأويل المكونات الذرية التي تدخل في تركيب الكل. ومعلوم لك من قبل أن تأويل الحرف القضوي معناه إسناد القيمة 'ص' أو 'كـ' لهذا الحرف. أما تأويل 'ـــ (ك (سـ))' أو 'ل (سـ،صـ)' فيتم حسب ما شُرح لك في الفقرات الماضية.

3.I. شروط صدق القضايا المحصورة بالأسوار

مما ينبغي ذكره في بداية هذه الفقرة أن قضيةً مثل '(∧سـ (ك (سـ) ← ل (سـ))' ورغم بروز رابط الشرط فيها، لا يمكن اعتبارها من باب شبيهتها 'ب ← حـ'. فإن كانت شروط صدق هذه الأخيرة مرتبطة بقيم صدق كل من ب وجـ بناءً على قاعدة الشرط، فإن شروط صدق القضية الأولى ليست من نفس النوع الذي اطلقنا عليه إسم المركب الصدقي بالتبعية والتعلق؛ ذلك أن مكونات الشرط فيها (أي: (ك (سـ) ← ل (سـ)) ليست قضايا بالمعنى المنطقي لهذه الكلمة بل هي فقط توابع أودوال قضوية. وعليه فلتأويل مثل هذه القضية وجب تعيين مجال للقول وتأويل الحروف المحمولية 'ك' و'ل'. إننا لا نؤول في هذا المقام المتغيرات الشخصية 'سـ'؛ لأنها وكما سبق لنا القول مجرد نظير لضمائر اللغة الطبيعية في لغتنا المحمولية. فالمتغير الشخصي 'سـ' لا يُسمّي شيئاً كما هو حال الثابت الشخصي 'ـــ'، لذا لا يمكننا أن نعين له عنصراً من مجال القول إبان عملية التأويل.

يمكن لـ 'Λ سـ (ك (سـ)←ل(سـ))' أن تُقرأ إذن على هذا النحو: «بالنسبة لأي سـ إن كان هو ك فهو ل» أو بنحو أكثر اختصاراً: «كل ما هو ك هو ل»[1]. لاحظ أن 'سـ' قد أصبحت في ضميرنا وتوارت عن لساننا. وعندما نعين مجال القول نكون بذلك قد عيَّنا ما هو هذا الـ«كل ما»، ويُصبح قولنا وكأنه هو: «كل ما في مجال القول». وهاك تأويلاً ممكنًا لتلك القضية:

ملق : مجموعة الكائنات الحية

ك (سـ): سـ إنسان

ل (سـ): سـ حيوان

بهذا التأويل يمكن قراءة القضية على هذا الشكل: «كل ما هو إنسان هو حيوان»، وتكون بذلك العبارة صادقة ضمن هذا التأويل.

تكمن وظيفة الجزء الذي يلي السور، أي '(ك (سـ) ←ل (سـ))' في تعيين الشرط الممكن تحققه بالنسبة لعناصر مجموعة مجال القول. أما وظيفة السور الكلي فتكمن بالذات في الإخبار بأن ذلك الشرط المذكور متحقق بالنسبة لكل عنصر من عناصر مجال القول. **وعليه لن تكون القضية صادقةً إلا إذا تحقق ذلك الشرط في كل عنصر من عناصر مجموعة مجال القول.**

وجملة القول فإن المتغيرات الشخصية لا تأويل لها وإن دور السور الكلي يكمن في دلالته على أن كل واحد واحدٍ من عناصر مجال القول يُحقق شرطاً ما يعينه الجزء الذي يلي السور ويدخل في مداه.

أما السور الجزئي فإنه يقوم بوظيفة الدلالة على أن عنصراً واحداً على الأقل من عناصر مجموعة مجال القول يتحقق فيه الشرط الذي يضعه الجزء الذي يلي السور ويدخل في مداه.

نعطي التأويل التالي للقضية الجزئية V سـ (ك (سـ) ٨ل (سـ)):

ملق : مجموعة كل أشياء العالم

ك (سـ): سـ سيارة

ل (سـ): سـ حمراء.

ضمن هذا التأويل تكون قضيتنا صادقة وتُقرأ هكذا: «هناك على الأقل موضوع واحد من كل أشياء العالم هو سيارة وفي نفس الوقت أحمر اللون»، أو بكل اختصار «بعض السيارات حمراء». ونظراً لحصرها الجزئي بواسطة السور الجزئي (أو الوجودي)، فإنها تصدق في الحالة التي يُحقق فيها موضوع واحد على الأقل من

(1) راجع الفصل الأول الفقرات III . 1 إلى III . 4 أسفله.

موضوعات مجال القول الشرطَ الذي تفرضه العبارة 'ك (سـ) ل(سـ)'. ولعلمنا بوجود ذلك الموضوع فإن القضية 'V سـ (ك (سـ) ل(سـ))' تكون صادقة ضمن تأويلنا. غير أن تأويلاً آخر قد يجعل منها قضية كاذبة، لاحظ!.

مـلق : مجموعة كل أشياء العالم

ك (سـ) : سـ حجر

ل (سـ) : سـ ناطق.

فقولنا «بعض الحجر ناطق» قول كاذب. لكن لو كانت القضية هي 'V سـ ك (سـ)∧ V سـ ل(سـ)' لكانت صادقةً ضمن نفس التأويل، لِمَ لا وبعض أشياء العالم حجر وبعضها ناطق؟!. (انتبه إذن للفرق بين القضيتين اللتيين تختلفان باختلاف مدى السور فيهما).

لننظر الآن في تأويل القضايا التي تحتوي على محمولات إثنانية وسورين من مثل 'V سـ Λصـك (سـ، صـ)'.

ليكن التأويل التالي:

مـلق : مجموعة البشر

ك (سـ، صـ) : سـ يعرف صـ.

لكون قضيتنا محصورة حصراً وجودياً فإنها لتصدق ضمن هذا التأويل وجب وجود موضوع واحد على الأقل يتوفر فيه الشرط المنصوص عليه في الجزء الذي يلي السور الجزئي ويدخل في مداه، وهذا الجزء هو ' Λصـك (سـ، صـ)'. وبعبارة أخرى، لصدق هذه القضية يجب أن يوجد إنسان واحد على الأقل يعرف كل واحد واحدٍ من عناصر مجموعة مجال القول. والحال أن هذا الإنسان لا يوجد، وعليه فإن القضية كاذبة ضمن هذا التأويل.

باعتمادنا نفس التأويل سنلاحظ أن القضية التي قُلب فيها ترتيب الأسوار وأصبحت هكذا: Λ صـ V سـك (سـ، صـ)' قضية صادقة لأنها تقول «كل واحد واحد من مجموعة البشر يعرف شخصاً واحداً على الأقل» أو بكل اختصار «كل واحد يعرف أنساناً ما». لاشك أنك ستفكر فيها على نفس المنوال الذي سرنا عليه من قبل، فتقول:

لحصرها الكلي فهي تُخبر بأن كل عنصر من عناصر مجال القول يحقق شرطاً ما يعيّنه الجزء الذي يلي السور الكلي ويدخل في مداه، وهذا الشرط يضع أن هناك شخصاً واحداً على الأقل يعرف صـ. وعليه لتصدق قضيتنا يجب أن يكون بالنسبة

لكل شخص صـ هناك على الأقل شخص واحد على معرفة به. وهذا قول صادق مادام كل شخص يعرف نفسه على الأقل. (انتبه إذن لترتيب السورين الجزئي والكلي، فإن صدقت Λ صـ V سـ ك (سـ، صـ) فإن V سـ Λ صـ ك (سـ.صـ) تكون كاذبة ضمن نفس التأويل!!).

II. الدلالة الصورية للغة المحمولية

1.II. لقد كان اشتغالنا في الفقرة الماضية منصرفاً لما يمكن تسميته بالدلالة اللاصورية للغة المحمولية؛ إذ أننا لم نتطرق لتعريف مضبوط وصارم لمعنى الصدق ضمن تأويل ما ولا لمعني الكذب ضمن ذلك التأويل. فكنا نشرح شروط صدق القضايا المحصورة مثلاً بقولنا إن كل أو بعض عناصر مجال القول المقصود تُلبي الشرط الذي يضعه جزء القضية الذي يقع تحت مدى السور. لكننا لم نكن نعطي أية صياغة صورية لكيفية تحديد هذا الشرط.

سنعمل في الفقرة الحالية على ضبط الدلالة الصورية للغتنا المحمولية.

لقد سبق لنا القول بأن أي تأويل لا بد له من مجال للقول. وهذا المجال عبارة عن مجموعة غير فارغة من الأشياء؛ ولا بد له كذلك من تعيين لعنصر من عناصر المجال لكل ثابت شخصي؛ وإسناد قيمة صدقية لكل حرف قضوي ظاهر في العبارة المحمولية؛ هذا بعد أن نكون قد عيَّنا ما صدق المحمولات الظاهرة فيها.

إننا عندما نقرأ باللغة الطبيعية محمولاً ذا العدد ن من المواقع، فإن قراءتنا هذه تحدد لنا ما صدق هذا المحمول. إن ما صدق المحمول النوني المواقع هو المجموعة المكونة من عناصر مجال القول التي يشملها ذلك المحمول. وقد تؤخذ تلك العناصر على انفراد كما قد تؤخذ بالتعدد. إن أخذت بالتعدد فإننا سنقصد بها أنذاك مجموعة الأزواج أو الثلاثيات أو ما فوق ذلك، مشترطين في ذلك كله حصول الترتيب، أي أن تكون تلك العناصر مُرَتبةً يُعرف فيها الأول والثاني إلى آخره من أعدادها.

مثال

لو أخذنا مجموعة الاعداد الطبيعية كمجال للقول وقرأنا 'ك (سـ، صـ)' باعتبارها 'سـ أكبر من صـ' فسيكون ما صدق ك هو مجموعة الأزواج المرتبة من الاعداد الطبيعية التي يكون أول عنصر في كل زوج منها أكبر من العنصر الثاني في عين ذلك الزوج. وهكذا تصدق القضية 'ك (سّ، صّ)' في حالة الأزواج المرتبة من بين

الاعداد الطبيعية التي يُسمِّي العنصر الأول فيها سـ ويُسمّى العنصر الثاني فيها صـ من ما صدق ك. غير أنه من الممكن أن نعين لـ 'ك' قراءة طبيعية أخرى تعطي نفس الماصدق، لتكن هي مثلا: 'سـ زائد واحد أكبر من صـ زائد واحد'. ومادام أنه إن كبُر عددٌ عدداً آخر فإن إضافة نفس القيمة بالجمع إليهما تجعل الحاصل الأول أكبر من الحاصل الثاني، وعليه فالماصدق في الحالتين ظل واحداً؛ ومن ثمة فإن شروط صدق 'ك (سـ، صـ)' بالنسبة للتأويل الأخير لـ 'ك' تلتقي بشروط صدق 'ك (سـ، صـ)' ضمن التأويل الأول. يتضح إذن أن ما صدق المحمول هو أهم ما يُعتمدلتحديد شروط الصدق وليس القراءة الطبيعية للمحمول.

في معالجتنا الصورية، سنعتبر تأويل محمول ما من المحمولات هو المجموعة التي تشكل ما صدقه. (عندما نعين ما صدق محمول ما، أي المجموعة، فلا نحتاج لأية قراءة طبيعية له؛ إنه لمن الأهمية بمكان الوعي بهذا لأنه عندما نقول على سبيل المثال أن القضية المحصورة الصادقة صادقة في كل تأويل، ندخل في الاعتبار كل التأويلات ما سهل منها وما عسر في اللسان الطبيعي). فتأويل محمول نوني المواقع ضمن مجال معين للقول يكمن في إسناد مجموعة نونية العناصر[1] (أي تضم مجموعات جزئية مرتبة) من مجال القول إلى ذلك المحمول. ففي مجال للقول مكون من البشر والسنوات والمدن قد يطيب لنا مثلاً تأويل المحمول الرباعي ك في القضية ك (سـ، صـ، عـ، فـ) التي يمكن قراءتها هكذا: 'سـ تزوج صـ سنة عـ في مدينة فـ' حاصلين بذلك على ما صدق ك الذي هو المجموعة المكونة من رباعيات مرتبة من مجال القول، بحيث أنه في كل مجموعة جزئية رباعية نجد أن العنصرين الأولين من البشر اللذان تزوج أولهما ثانيهما، والعنصر الثالث هو سنة الزواج بينما الرابع هو مدينة الزواج. وهكذا فإن تزوج عمر الرداد[2] السيدة ميشيل سنة 1993 بمدينة مرسيليا فإنَّ أحد الرباعيات التي يُسندها التأويل لـ 'ك' يكون هو:

⟨عمر الرداد، ميشيل، 1993، مرسيليا⟩

لاحظ أننا أشرنا إلي المجموعة الجزئية المرتبة بوضعنا لعناصرها المرتبة داخل زاويتين مقوستين ' ⟨،⟩ '.

(1) أو مجموعة عناصرها نونية التعالق.

(2) لم يكن عمر الرداد زوجا للسيدة ميشيل الفرنسية بل كان متهماً بقتلها واتضحت براءته بعد قضاء فترة لا بأس بها في السجن.

هناك حالة خاصة لتأويل المحمولات لا بد من ذكرها هنا. ذلك أن تأويل المحمول الواحدي الموقع يكمن في إسناد مجموعة جزئية واحدية العنصر من مجال القول إلى ذلك المحمول. والمجموعة الجزئية الواحدية العنصر هي المجموعة المرتبة التي تحتوي على عنصر واحد. وتتم الإشارة إليها على هذا النحو مثلاً:

‹ عمر الرداد ›

والآن نستطيع أن نقدم تعريفاً صورياً للتأويل.

> يكمن التأويل في تعيين مجال للقول واسناد قيمة صدقية لكل حرف قضوي يظهر في اللغة المحمولية وتعيين عنصر من مجال القول لكل ثابت شخصي يظهر في تلك اللغة وربط مجموعة جزئية مرتبة من عناصر المجال بكل محمول نوني المواقع من محمولات اللغة.

III. الإسناد التَّحققي

يكمن الاسناد التحققي / لعبارة ما من عبارات اللغة المحمولية ولتكن هي ن / المنسجم مع تأويلها (**تا**) في إسناد نفس القيم المسندة في **تا** لكل حرف قضوي ولكل محمول ولكل ثابت شخصي مع اسناد عنصر من عناصر مجال القول إلى كل متغير شخصي مطلق في ن .

لاشك أنك لاحظت أن الجديد هنا هو الاسناد المتعلق بالمتغير الشخصي المطلق الذي لم يسبق لنا ذكر معالجة قيَّمه. والآن نقول إن الاسناد التحققي لعبارة ما يتعامل مع كل متغير شخصي مطلق فيها كما لو كان إسماً لعنصر من عناصر مجال القول.

قد تتساءل وما حاجتي بهذه الملاحظة إن كنتُ مثلاً أمام Λ سـ (ك (سـ) ٧ ل (سـ)) العبارة التي لا تضم أي متغير شخصي مطلق؟

لكن:

لكن شروط صدق هذه العبارة ومثيلاتها تعتمد على دلاليات جزئها (ك (سـ) ٧ ل (سـ)). وواضح لك أن هذا الجزء ليس قضية بل هو مجرد عبارة مهملة لاشتماله على المتغير الشخصي المطلق 'سـ'. لقد سبق أن قلنا إن هذا النوع من المتغيرات ليست أسماء بل ضمائر كما هو شأن ضمائر اللغة الطبيعية.

باسنادنا لعنصر ما من عناصر مجال القول للمتغير الشخصي المطلق نتمكن من تحديد شروط صدق القضايا المحصورة بكشفنا عما إذا كان الشيء الذي قد يشير إليه المتغير الشخصي كضمير يُحقق أو لا يحقق الشرط الذي تَرسُمه الصياغة التي يرد فيها

ذلك المتغير، وهي في مثالنا الجزء (ك (سـ) ∨ ل (سـ)) . نَمُر الآن لِمثالٍ آخر:

لنفرض أن تأويلاً ما يقوم بالاسنادات الآتية:

تا1 : مـلق : المجموعة المكونة من العددين 1 و2

ك (سـ،صـ) : سـ يساوي صـ

سـ : 1

صـ : 2

فسيكون الاسناد التحقيقي للقضية ∧ سـ ∧ صـ ك (سـ، صـ) المنسجم مع هذا التأويل (أي تا1) هو المعنى المُسْنَد لـ 'ك' فقط وذلك لأن هذه العبارة لا تضم أي متغير مطلق كما أنها لا تضم ثوابت شخصية ولا محاميل أخرى غير 'ك' ولا حتى حروف قضوية. سنرمز للإسناد التحققي بالرمز 'سا' بعلامة أو بدونها وهكذا نكتب:

سا (ك) [الاسناد التحققي لـ ك] ويكون هو { ⟨1,1⟩، ⟨2,2⟩ } .

أي نكتب:

1. سا (ك) = { ⟨1,1⟩، ⟨2,2⟩ } .

يحتوي مجال القول على مجموعتين جزئيتين إضافيتين هما ⟨2,1⟩ و⟨1,2⟩ غير أنهما لا يَدخلان تحت سا (ك) وذلك لعدم مساواة الأول منهما للثاني.

أما بالنسبة لـ ∧ صـ ك (سـ، صـ) فنجد الإسنادين التحققيين المنسجمين مع تا1 :

2. سَا (ك) = { ⟨1,1⟩، ⟨2,2⟩ }

سَا (سـ) = 1

3. سأ (ك) = { ⟨1,1⟩، ⟨2,2⟩ }

سأ (سـ) = 2

ولعلك لاحظت ما قمنا به من إسناد للمتغير الشخصي المطلق 'سـ'.

أما العبارة ك (سـ، صـ) ذات المتغيرين الشخصيين المطلقين سـ وصـ فلها أربع إسنادات تَحقُّقية مُنسجمة مع التأويل تا1 هي:

4. سَا (ك) = { ⟨1,1⟩، ⟨2,2⟩ }

سَا (سـ) = 1

سَا (صـ) = 1

5. سًا (ك) = { <1,1>، <2,2>}

سًا (سـ) = 1

سًا (صـ) = 2

6. سًا (ك) = { <1,1>، <2,2>}

سًا (سـ) = 2

سًا (صـ) = 1

7. سًا (ك) = { <1,1>، <2,2>}

سًا (سـ) = 2

سًا (صـ) = 2

أما لو تساءلنا عن الاسناد التحقيقي المنسجم مع تا1 للعبارة ك (سَـ، صَـ)، فلن يكون إلا الاسناد الذي يعين للمحمول وللثابتين الشخصيين (سَـ ،صَـ) نفس القيم التي عينها التأويل تا1، أي:

8. سا (ك) = { <1,1>، <2,2>}

سا (سَـ) = 1

سا (صَـ) = 2

إذ لا يمكن للاسناد التحقُّقي أن يُعين للثوابت الشخصية قيمةً غير تلك التي عينها التأويل لها. وعليه يجب أن تنتبه إلى الاختلاف الحاصل في معالجة الثوابت الشخصية عن المتغيرات الشخصية: إن التأويل الذي نبدأ به يحدد كل الاسنادات المعطاة للثوابت الشخصية في كل الاسنادات التحققية المنسجمة معه، لكنه لا يضع هذا القيد على المتغيرات الشخصية المطلقة.

وأخيراً لا بد من الاشارة إلى أن الاسنادات التحققية المنسجمة مع تأويل ما قد تنسجم فيما بينها وذلك إذا وفقط إذا حاز كل متغير في أحدهما نفس القيم التي يكون قد حازها في الآخر. وهكذا إن اختلف اسنادان تحققيان منسجمان مع تأويل ما، فلن يكون اختلافهما حاصلاً إلا بعد أن يكون أحدهما قد اسند قيمة ما لتعبير لا يُسند له الآخر أية قيمة. وهذا معناه أن الاسنادات التحققية تنسجم فيما بينها ما لم

يكن هناك تعاند في المعلومات التي توفرها. ولا حاجة بنا لتذكيرك بأن كل اسناد تحقّقي منسجم مع نفسه.

وعلى العموم نقول إن أية قيمة اعطتها الاسنادات التحققية المنسجمة للمتغيرات المطلقة يجب أن تكون مستمدة من جملة عناصر نفس مجال القول. إن مآل التأويل وغايته هي التحقق إذ لا يتم تعريف الصدق والكذب ضمن تأويل ما مباشرة، لذا احتجنا لمفهوم التحقق.

لنعرِّف إذن هذا المفهوم وبعد ذلك نُعطي تعريف الصدق والكذب.

نوظف ن ، ﴿ ، د كمتغيرات ماورائية لعبارات اللغة المحمولية، و ك كمتغير ما ورائي للمحمولات، أما ج بعلامة أو بدونها كمتغير ما ورائي للحدود الشخصية (بما فيها الثوابت والمتغيرات)، أما س فسنخصصها للمتغيرات الشخصية.

ونضع:

لتكن تا تأويلاً مُعَيّناً ما، و ن عبارة محمولية، وسا اسناداً تحققياً لـ ن منسجماً مع تا، فسيكون لنا:

1. إن كانت ن حرفاً قضوياً، فإن سا يُحقق ن إذا وفقط إذا كان سا (ن) = ص.
2. إن كانت ن ذات الصورة ك (ج١، ... ... ، جن)
فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان ‹سا (ج١)، ... ســا (جن)› عنصراً من سا (ك).
3. إن كان لـ ن الصورة ﴿ ، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا لم يحقق سا العبارة ﴿
4. إن كان لـ ن الصورة (﴿ ٨ د)، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان سا (﴿) المنسجم مع سا يحق ﴿ وكان سا (د) المنسجم مع سا يحقق د.
5. إذا كان لـ ن الصورة (﴿ ٧ د)، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان سا (﴿) المنسجم مع سا يحقق ﴿ أو كان سا (د) المنسجم مع سا يحقق د.
6. إن كان لـ ن الصورة (﴿ ← د)، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان سا (﴿) المنسجم مع سا لا يحقق ﴿ أو كان سا (د) المنسجم مع سا يحقق د.

7. إن كان لـ ن الصورة (ﷺ ⟷ ﷺ)، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان سا (ﷺ) المنسجم مع سا يحقق ﷺ وكان سا (ﷺ) المنسجم مع سا يحقق ﷺ أو كان سا (ﷺ) المنسجم مع سا لا يحقق ﷺ وسا (ﷺ) المنسجم مع سا لا يحقق ﷺ .

8. إن كان لـ ن الصورة Λ سـ ﷺ ، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان كل سا ﷺ منسجم مع سا يحقق ﷺ .

9. إن كان لـ ن الصورة V سـ ﷺ، فإن سا يحقق ن إذا وفقط إذا كان هناك على الأقل سا (ﷺ) واحد منسجم مع سا يحقق ﷺ .

أصبح في إمكاننا الآن وضع تعاريف الصدق والكذب:

الصدق:

تكون العبارة ن من اللغة المحمولية صادقة ضمن التأويل تا إذا وفقط إذا تحققت ن عبر اسناداتها التحققية المنسجمة مع تا.

الكذب:

تكون العبارة ن من اللغة المحمولية كاذبة ضمن التأويل تا إذا وفقط لم تتحقق ن عبر اسناداتها التحققية المنسجمة مع تا.

IV. ملاحظة خاتمة

ربما لم يخف على فطنتك سرّ لجوءنا في تعريف صدق وكذب عبارات اللغة المحمولية إلي مفهوم الإسناد التحققي بدل تعريفهما مباشرة من خلال التأويل.

إذ ربما أدركت أننا في التأويل نسند القيم الصدقية للقضايا المركبة باعتبارها مركبات صدقية بالتبعية والتعلق (أو مركبات صدقية بالتضايف)؛ فينبني إسناد القيمة الصدقية الجُملية للقضية المركبة على قيم ما ركبّها من قضايا بناءً على القواعد الموضوعة لصورتها المنطقية.

ويظهر لك هذا جلياً واضحاً في تعاملنا مع اللغة القضوية التي كانت موضوع الكتاب الأول من «**دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**». إذ أن قيمة:

[(ب ٨حـ) ←حـ] تابعة لقيم كل من ب وحـ بناءً على قواعد الوصل '٨' والشرط '←'.

وأصل إمكان حصول هذا الإسناد الجُملي راجعٌ لكون ما منه المركب المذكور عبارة عن قضايا لا انفكاك له عن قيمتي الصدق والكذب. لكن ما منه تركيب العبارة المحمولية:

(ك (سـ) ← ~صـ ل (سـ، صـ))

ليس قضية تصدق أو تكذب، بل هو كما سبق لعلمك مجرد عبارة محمولية مهملة أي صورة قضوية، فهو بالتالي ليس مما يوصف بالصادق ولا بالكاذب.

ولأن التأويل الذي اعتمدناه في هذا الكتاب لا يسند للمهملة أية قيمة، امتنع علينا تعريف شروط صدقها:

فكيف يُعرَّف الصدق والكذب ممّا لا صدق ولا كذب فيه! لذا كان ملجأنا هو الإسناد التحققي لنتمكن من السماح لكل المكونات الفرعية للعبارة المحمولية المركبة ـ بما فيها المهملات ـ أن تتحقق أو لا تتحقق. وعلى هذا الاسناد التحققي للمكونات نبني تحقق الكل المركب الذي يسمح لنا بدوره من اسناد القيم الصدقية الجُملية بالشكل الذي ضبطته قواعد هذا الباب. بذلك يتم لنا تعريف الصدق والكذب في كل عبارات اللغة المحمولية التي نشتغل بها الآن. وهذا ما وفرناه لك عندما وضعنا قواعد الاسنادات التحققية.

إن استقرت في أفهامنا معاني الكلمات المعروضة في هذا الباب: التأويل (تـا) والاسناد التحـقـقي (سـا) والصـدق والكذب واسـتـقـر عندنا مـا بينهـا من تعالق، فلن يصعب علينا وضع تعاريف عامة للمفاهيم الدلالية الاتية:

الاتساق وعدمه؛

اللزوم والتلازم والصحة والفساد؛

على أن نعـود لاحـقـاً لضـبطهـا في الفـصـول القـادمـة حـسب طريقـة الاخـتـبـار الصناعية المتوسَّل بها إليها.

الاتساق وعدمه

تكون المجموعة المنتهية من العبارات المحمولية (= **محل**) متسقة محـمـولـيـاً إذا فـقـط إذا وجـد على الأقل تأويل واحد (تـا) تكون فيه كل عناصر **محل** صادقةً.

وتـكـون **مـحـل** غير متسقه محـمـولـيـاً إذا وفقط إذا لـم تكن **مـحـل** متسقة محمولياً.

اللزوم والتلازم

تستلزم **محل** محمولياً العبارة المحمولية ن إذا وفقط إذا لم يوجد أي تأويل تصـدق فـيـه كل عناصـر **مـــحـل** وتكون فـيـــه ن كاذبة.

وتكون العبارات ن و ﴿ متـلازمتين مـحـمـولـيـاً إذا وفـقـط إذا لـم يوجد أي تأويل تأخذ فيه ن و﴿ قيماً صدقية متعاندة.

الصحة والفساد

يكون الاستـدلال المحـمـولي صـحـيـحـاً مـحـمـولـيـاً إذا وفـقـط إذا لـم يوجـد أي تأويل تصدق فيه كل المقدمات وتكون فيه النتيجة كاذبة.

ويكون الاستدلال المحمولي فاسداً محمولياً إذا وفقط إذا لم يكن صحيحاً محمولياً.

تمارين

1. كل واحدة من العبارات المحمولية التالية صادقة.
بين سبب صدقها!

ا. ـــ[V سـ (ك (سـ) ←→ ـــ ك (سـ))].

2. [ك ($\overline{سـ}$) ٧ (Λ سـ ك (سـ) ← ل ($\overline{سـ}$))].

3. (Λ سـ ك (سـ) ٧ Λ سـ ل (سـ)) ← Λ سـ (ك (سـ) ٧ ل (سـ))]

2. ضمن التأويل التالي:

مـلـق : المجموعة {3,1}

ك (سـ) : سـ فردي

ل (سـ، صـ) : سـ أكبر من صـ

م (سـ) : سـ أصغر من 2

$\overline{سـ}$: 3.

حدد قيم صدق العبارات التالية:

1. V سـ (ك (سـ) ← Λ صـ ك (صـ)).

2. Λ سـ Λ صـ (ل (سـ، صـ) ٧ ل (صـ، سـ)).

3. Λ سـ (م (سـ) ← V صـ ل (صـ، سـ)).

4. Λ سـ (ك ($\overline{سـ}$) ← ك (سـ)).

الفصل الرابع

طُرقُ اخْتبَار الخَصَائص الدّلاليّة للّغَة المَحْمُولية

تمهيد

على خلاف ما عليه الأمر في نظرية منطق القضايا التي تتوفر على جملة من طرق البت القادرة على الحسم المباشر في الخصائص الدلالية للعبارات القضوية، تتميز نظرية منطق المحمولات بفقدانها لإمكانية ايجاد طريقة عامة للبت قادرة على الحسم المباشر في الخصائص الدلالية لكل العبارات المحمولية.

في كتاب **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي** تبيّن لنا أنه بالإمكان دوماً الجواب بشكل قاطع بعد سلسلة منتهية من الخطوات بنعم أو لا بصدد حضور أو غياب خاصية ما من الخصائص الدلالية للغة القضوية. إذ كيفما كانت العبارة القضوية إلا ونستطيع أن نَبُتَّ في اتساقها أو عدمه، في صحتها أو فسادها، في أنها تلزم أو تستلزم غيرها، في أنها تتلازم أو لا تتلازم مع غيرها.

أما في اللغة المحمولية فمن باب المحال ايجاد طريقة عامة للبت تكون جارية التطبيق على كل العبارات المحمولية.

فكل ما سندخله لك في الفصول القادمة من مناهج اختبار الخصائص الدلالية لا يُشكّل طريقة بتاته وإنما هي وسائل للتدليل تنطبق على هذه الفئة أو تلك من العبارات المحمولية دون ادعاء جريانها على الكل، وإن جرى بعضها على الكل كما سنرى، فليس ذلك من باب البت المباشر.

أولاً: المسلك التحليلي

التحليل الصدقي في اللغة المحمولية

في الحالة التي تتكون فيها عبارات اللغة المحمولية من قضايا شخصية فقط وبدون ظهور أية عبارة محصورة أو مهملة، فإن التحليل الصدقي كما سبق عرضه وتطبيقه في لغة منطق القضايا (انظر ص ص. 59-94 من **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**) يظل كافياً لتقويم هذا الجزء من اللغة المحمولية. فيما يلي مثال للتذكير:

$$\{[(ك(\overline{سـ}) \wedge ل(\overline{سـ})) \vee ك(\overline{سـ})] \leftarrow ك(\overline{سـ})\}$$

لتَكَوُّن هذه العبارة المحمولية من قضايا شخصية (مُعَيَّنة) فقط، فلا مانع يمنع من اعتماد الاستراتيجية العامة للتحليل الصدقي في اختبار خصائصها الدلالية (انظر ص. 76 من الكتاب المذكور). ولهذا الغرض نُعامل ك($\overline{سـ}$) ونظائرها كما لو كانت متغيرات قضوية:

$\{[(ك(\overline{سـ}) \wedge ل(\overline{سـ})) \vee ك(\overline{سـ})] \leftarrow ك(\overline{سـ})\}$	
$[(ص \wedge ل(\overline{سـ})) \vee ص] \leftarrow ص$ $[ل(\overline{سـ}) \vee ص] \leftarrow ص$ $ص \leftarrow ص$ ص	$[(ك \wedge ل(\overline{سـ})) \vee ك] \leftarrow ك$ $(ك \vee ك) \leftarrow ك$ $ك \leftarrow ك$ ص
ص	ص

ويخبرنا السطر البتات بأن هذه العبارة دائمة الصدق في كل التأويلات التي تأخذها قضاياها المُكَوِّنَة. ومن ثمة يجري عليها تعريف الصحة كما تَمَّ ضبطه بالصفحة 75 (دروس . . .) . فهي بالتالي **عبارة محمولية صحيحة صحة قضوية.**

غير أن ظهور القضايا المحصورة ضمن عبارات اللغة المحمولية قد يمنع جريان استراتيجية التحليل الصدقي بالشكل المباشر الذي عُرضت عليه من قبل. خذلك مثلاً العبارة:

« إذا كان كل إنسان حيواناً وكان سقراط إنساناً، فإن سقراط حيوانٌ » .

التي يعطينا نقلها المحمولي ما يلي:

[$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) $\wedge$ ك (س)] ← ل (س) .

على أساس أن:

ملق : مجموعة الكائنات الحية

ك (س ـ) : س ـ انسان

ل (س ـ) : س ـ حيوان

س : سقراط.

هب أنك أردت تبيُّن خاصية الصحة فيها بإجراء التحليل الصدقي عليها مباشرةً، فما ستحصل عليه لن يخرج عن الجدول التحليلي الناقص التالي:

<table>
<tr><td colspan="3">[$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) $\wedge$ ك (س)] ← ل (س) .</td></tr>
<tr><td colspan="2">[$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) $\wedge$ ص] ← ل (س)
$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) $\wedge$ ص] ← ل (س)</td><td>[$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) $\wedge$ ك] ← ل (س)
ك ← ل (س)
ص</td></tr>
<tr><td>$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) ← ص
ص</td><td>$\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ)) ← ك
ـ $\wedge$ س ـ (ك (س ـ) ← ل (س ـ))
.
.
.</td><td></td></tr>
<tr><td>(1)</td><td>(2)</td><td>(3)</td></tr>
</table>

في العمود رقم (2) حصلنا على ' ⊢ ∧س (ك (س) ← ل (س))' التي يمتنع تقويمها بناءً على قواعد التحليل الصدقي القضوي. ذلك أن أطراف الشرط الظاهر فيها لا تشكل قضايا قابلة للتصديق أو التكذيب إذ هي مجرد صور قضوية أو عبارات مهملة واقعة في مدى السور ' ⊢ ∧س'. ولأننا لا نتوفر على قواعد تحليلية صدقية خاصة بالأسوار، امتنع علينا إذن استعمال التحليل الصدقي بشكل مباشر لتقويم العبارات المحمولية.

للتمكن من توظيف التحليل الصدقي لبيان الصحة في عبارات اللغة المحمولية نقسم هذه الأخيرة إلي مجموعات:

I ـ مجموعة العبارات المحصورة ذات المحمولات الواحدية الخالية من المتغيرات القضوية.

II ـ مجموعة العبارات ذات المحمولات الواحدية التي تضم احدى المكونات المهملة.

III ـ مجموعة العبارات ذات المحمولات الواحدية التي تضم احدى المكونات القضوية.

IV ـ مجموعة العبارات المحمولية الإثنانية فما فوق.

I ـ العبارات المحصورة الواحدية

ليصبح التحليل الصدقي جارياً لبيان صحتها لا بد من الاجراءات التمهيدية التالية:

1.I . تخليص العبارة

ويتم هذا الاجراء بناءً على مقتضيات (2.VII) من الفصل الأول أعلاه.

مثال

لتكن العبارة المحصورة الواحدية التالية:

∧ص {∧س[(ك (س) ← ل (س)) ∧ (م (س) ← ك (س))] ← (م (ص) ← ل (ص))}.

يتم لنا إعطاء صورتها القانونية الخالصة على النهج التالي:

1. ∧س[(ك (س) ← ل (س)) ∧ (م (س) ← ك (س))] ← ∧ص (م (ص) ← ل (ص)).

2. [Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∧ Λ سـ (م (سـ) ← ك (سـ)] ← Λ صـ (م (صـ) ← ل (صـ)).
تو Λ .

2.I. إعطاء صورتها القانونية الوصلية

1. [Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∧ Λ سـ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← Λ صـ (م (صـ) ← ل (صـ)).

2. ¬ [Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∧ Λ سـ (م (سـ) ← ك (سـ))] ∨ صـ (م (صـ) ← ل (صـ)).

$\overleftarrow{\neg}$ ∨

3. [¬ Λ سـ (¬ ك (سـ) ∨ ل (سـ)) ∨ ¬ Λ سـ (¬ م ∨ ك (سـ))] ∨ Λ صـ (¬ م (صـ) ∨ ل (صـ)).

دومور غان و $\overleftarrow{\neg}$ ∨

4. [V سـ (ك (سـ) ∧ ¬ ل (سـ)) ∨ V سـ (م (سـ) ∧ ¬ ك (سـ))] ∨ Λ صـ (¬ م (صـ) ∨ ل (صـ)).

نس 1 ودومورغان

3.I. إعطاء صورتها الوجودية (البعضية)

يتم لنا هذا الاجراء بتطبيق **تـــل 1** حيثما جاز تطبيقها. وفي مثالنا تُجرى القاعدة على آخر مفصول في 4:

5. V سـ (ك (سـ) ∧ ¬ ل (سـ)) ∨ V سـ (م (سـ) ∧ ¬ك (سـ)) ∨ ¬V صـ (م (صـ) ∧ ¬ ل (صـ))

تل1 وتجميع ودومورغان

ما حصلنا عليه في **5**: يمكن وصفه بأنه:
صورة محمولية واحدية قانونية:
خالصة وصلية وجودية.

وبالتالي نجمل الاجراءات الثلاثة الماضية في إجراء واحد هو:

> نقل العبارة المحمولية المحصورة الواحدية إلى صورة قانونية خالصة وصلية ووجودية.

4.I. إعطاء صورتها الحدية الوجودية

ونقصد بالصورة الحدية الوجودية كل صورة خالصة وصلية وجودية أسُقطت متغيراتها الشخصية. وهكذا لو أسقطنا المتغيرات الشخصية من 5 نحصل على:

$$6.\ V\,(\text{ك}\ \text{٨}\ \text{ـــ}\ \text{ل})\ \text{٧}\ V\,(\text{م}\ \text{٨}\ \text{ـــ}\ \text{ك})\ \text{٧}\ \text{ـــ}\ V(\text{م}\ \text{٨}\ \text{ـــ}\ \text{ل})$$

التي نطلق عليها إسم: **صورة حدية وجودية**.

إن لَفي إسقاط المتغيرات الشخصية عن عبارات اللغة المحمولية صَرفٌ لها عن نحوها، وإخراجٌ لها من لغة إلى لغة أُخرى. لذا يجب ضبط ما خرجت إليه من لغة.

الإســم: لغة حدّية (أو لغة حدود) [يُسميها كواين W.V.O.Quine صــور حدّية بولية نسبة إلى جبر بول][1].
وإن حلَّ بصورها ' V أوــ V ' سميناها صوراً حدّية وجودية.

النحــو: أما نحوها فجزء من نحو اللغة المحمولية إذ تخلو منه قواعد الحدود الشخصية ثوابت كانت أو متغيرات.

الصــرف: تضمن لنا التعريفات التالية الانصراف من اللغة المحمولية إلى اللغة الحدّية:

عر1. (ك ٨ ل) $\underset{\text{عر}}{=}$ (ك (سـ) ٨ ل (سـ)).

(1) انظر: Willard V.O Quine, Méthodes de logique, chs. 18-24.

عر 2. (ك ∨ ل) = (ك (سـ) ∨ ل (سـ)).
عر

عر 3. (ك ← ل) = (ك (سـ) ← ل (سـ)).
عر

عر 4. (ك ↔ ل) = (ك (سـ) ↔ ل (سـ)).
عر

عر 5. ¬ ك = ¬ ك (سـ).
عر

عر 6. ¬V¬ (صح) = Λ سـ ∈
عر

عر 7. V (صح) = V سـ ∈
عر

حيث (صح) متغير ما ورائي
للصور الحدية.

بالتعريفات من **عر 1** إلى **عر 5** يتم الإنصراف إلى الصور الحدّية بينما نخرج بـ **عر 6** و**عر 7** إلى الصور الحدية الوجودية. **ونقيد المعرِّف** في **عر 6** و**عر 7** بكونه **صورة قانونية محمولية خالصة**.

الـدلالـة: لَمّا كان للصور الحدّية نفس بنية المركبات الصدقية بالتبعية جاز جريان تعريف الخصائص الدلالية لهذه الأخيرة عليها (استأنس بالصفحة 75 والصفحات 93 ـ 94 **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**)
ومن ثمة يكون بيان تلك الخصائص موكولاً لطرق البت في منطق اللغة القضوية؛ وتُعامل الحدود ك،ل ... إلخ كما لو كانت متغيرات قضوية.
بناءً على طريقة التحليل الصدقي نضع لخصائصها الدلالية التعريفات التالية:

ـ تكون (صح) صحيحة إذا وفقط إذا حمل السطر البتات في تحليلها الصدقي القيمة 'ص' فقط.

ـ تكون (صح) غير متسقة (= تناقضية) إذا وفقط إذا حمل السطر البتات في تحليلها الصدقي القيمة 'ك' فقط.

ـ تكون (صح) متسقة (= عارضة) إذا وفقط إذا لم تكن صحيحة تحليلياً ولا تناقضية تحليلياً.

ـ تلزم (صح$_2$) عن (صح$_1$) إذا وفقط إذا كان ((صح$_1$ ← صح$_2$)) صحيحاً تحليلياً.

ـ تتلازم (صح$_1$) و(صح$_2$) إذا وفقط إذا كان ((صح$_1$ ↔ صح$_2$)) صحيحاً تحليلياً.

أما الخصائص الدلالية للصور الحدّية الوجودية فيتم استمدادها من خصائص الصور الحدية طبق القوانين التالية:

ـ تكون V (صح) صحيحة إذا وفقط إذا كانت (صح) صحيحة.

ـ تكون ~V (صح) صحيحة إذا وفقط إذا كانت (صح) غير متسقة.

ـ تكون V (صح) متسقة إذا وفقط إذا كانت (صح) متسقة.

ـ تلزم V (صح$_1$) عن V (صح$_2$) إذا وفقط إذا لزمت (صح$_2$) عن (صح$_1$).

ولمّا كان خروجنا إلى الصور الحدّية الوجودية في الإجراء 4.I. مشروطاً بحصولنا على الصور القانونية المحمولية الخالصة الوصلية؛ لزم ضرورة أن لا تخلو تراكيب الصور الحدّية الوجودية عن الأشكال التالية:

(1). إما شكل صورة حدية وجودية نَكِرة، تحررت من مدى الروابط القضوية.

(2). وإما صورة حدية وجودية عُرِفت برابط السلب الذي طواها في مداه.

(3). وإما صورة حدية وجودية رُكّبت تركيبَ:

(1.3) وصل من أحد الشكلين الماضين أو منهما معاً؛

(2.3) أو تركيب فصل تكون كل مفصولاته:

(1.2.3) من الشكل السالب (2) أو:

(2.2.3) بعض المفصولات من الشكل (1) وبعضها الآخر من الشكل (2).

بتعدّد هذه الأشكال تتعدد مسالك بيان خاصية الصحة في الصور الحدية الوجودية. هكذا إن كانت خطاطات الأشكال الماضية هي:

(1) V (صح)

(2) ~V (صح)

(1.3) (V (صح)$_1$ ٨ ⟵V (صح)$_2$ ٨ . . . ٨ (صح)$_n$)

(1.2.3) (⟵V (صح)$_1$ ٧ ⟵ V (صح)$_2$ ٧ . . . ٧ ⟵V (صح)$_n$)

(2.2.3) (V (صح)$_1$ ٧ ⟵V (صح)$_2$ ٧ . . . ٧ V (صح)$_n$)

فإن مسالك بيان صحتها تكون هي:

I. يرجع مسلك اختبار صحة الشكل (1) إلى البت القضوي في صحة الصورة الحدّية الداخلة في تركيبه؛ أي:

لبيان صحة V (صح) نَبُتُّ قضوياً في صحة (صح).

II. يرجع مسلك اختبار صحة الشكل (2) إلى البت القضوي في عدم اتساق الصورة الحدّية الداخلة في تركيبه؛ أي:

لبيان صحة ⟵V (صح) نبتُّ قضوياً في عدم اتساق (صح).

III. أما مسلك اختبار صحة الشكل (1.3) فراجع إلى بيان صحة كل موصولاته باعتماد المسلكين I وII حسب شكل الموصول؛ أي:

لبيان صحة (V (صح)$_1$ ٨ ⟵V (صح)$_2$ ٨ . . . ٨ V (صح)$_n$) يجب بيان صحة كلٍّ من V (صح)$_1$ و⟵ V (صح)$_2$ و . . . وV (صح)$_n$ بما يناسب كل موصول منها من المسالك المذكورة أعلاه.

IV. أما مسلك اختبار صحة الشكل (1.2.3) فيكفي فيه بيان صحة أحد مفصولاته باعتماد المسلك رقم II؛ أي:

لبيان صحة (⟵ V (صح)$_1$ ٧ ⟵V(صح)$_2$ ٧ . . . ٧ ⟵V (صح)$_n$) يكفي اعتماد المسلك II لبيان صحة ⟵V (صح)$_1$ أو صحة ⟵V (صح)$_2$ أو صحة . . . أو صحة ⟵V (صح)$_n$. إذ بصحة إحدى هذه المفصولات يصح المركب الفصلي برمته.

V . أما خامس المسالك فنفرد له اسماً مخصوصاً لما له من شرف الشمول لغيره والقدرة على اختبار الصحة فيما قدتعجز عنه المسالك السابقة. فاسمه هو: **الشرط الوجودي**. إذ هو شرطٌ لأن رابطه الأساسي هو الشرط.
وهو وجودي لأن مقدَّمه صورة حدية وجودية وتاليه صورة حدية وجودية كذلك.

أما كيفية الحصول عليه فتتم بالخروج إليه من الشكل (2.2.3) بسلب إحدى المفصولات السالبة في هذا الشكل وجلعها مقدماً للشرط، وشغل محل تالي الشرط بما تبقى من مفصولات.

ويكون هذا الشرط الوجودي صحيحاً إذا وفقط إذا استلزم مقدمه تاليه. ويرجع مسلك اختبار صحته إلى البت القضوي في لزوم الصور الحدية الظاهرة في تاليه عن إحدى الصور الحدية الظاهرة في مقدمه.

لبيان صحة (V (صح)$_1$ ←V (صح)$_2$) يجب البت القضوي في لزوم (صح)$_2$ عن (صح)$_1$).

بعد هذا التمهيد نصوغ المسلك الخامس على هذا النحو:
يرجع مسلك اختبار صحة الشكل (2.2.3) إلى بيان صحة الشرط الوجودي الخارج منه بناءً على قواعد الروابط القضوية.

لبيان صحة (V (صح)$_1$ ∨ V (صح)$_2$ ∨ .... ∨ V (صح)$_n$) يجب أن نبين صحة الشرط الوجودي:
(¬ V (صح)$_2$ ← (V (صح)$_1$ ∨ ... ∨ V (صح)$_n$))

ها نحن إذن أمام خمسة مسالك لا غير لا ختبار صحة الصور الحدّية الوجودية.
إلا أنه قد يخطر ببالك ما يشبه الإشكال متسائلاً:
لماذا لم نُخصِّص مسلكاً لمثل الشكلين الممكنين:

I . (V (صح)$_1$ ∨ V (صح)$_2$ ∨ ... ∨ V (صح)$_n$).

2 . (V (صح)$_1$ ∨ ¬V (صح)$_2$ ∨ ... ∨ ¬ V (صح)$_n$)؟
فنبادر إلى حل إشكالك بالملاحظة:

1. إن مسلك اختبار صحة شكلك الأول هو عين المسلك I عندنا. فلا تنس قاعدة توزيع السور الوجودي على الفصل وبها يصبح شكلك راجعاً إلى:

$$\forall \text{ (صح)}.$$

2. أما مسلك اختبار صحة شكلك الثاني فراجع لا محالة إلى المسلك الخامس للتلازم الحاصل بين:

$$(\forall \text{ (صح)}_1 \vee \forall \text{ (صح)}_2 \vee \ldots \vee \forall \text{ (صح)}_n)$$

وبين:

$$(\forall \text{ (صح)}_2 \wedge \ldots \wedge \forall \text{ (صح)}_n) \rightarrow \forall \text{ (صح)}_1.$$

والآن بعد أن تمكنّا من اللغة الحدّية، نحواً وصرفاً ودلالة نعود لمتابعة اجراءات اختبار الصحة في العبارات المحصورة الواحدية من اللغة المحمولية.

5.I. اعتماد المسلك المناسب لاختبار صحة الصور الحدية الوجودية

لقد أفضى بنا الاجراء 4.I إلى صورة حدّية وجودية. أما الاجراء الحالي فيكمن في تطبيق المسلك المناسب لشكلها.

وفي مثالنا المعلوم، كانت الصورة الحدية الوجودية الحاصلة هي:

$$6.\ \forall \text{ (ك} \wedge \text{ل)} \vee \forall \text{ (م} \wedge \text{ك)} \vee \forall \text{ (م} \wedge \text{ل)}$$

وكما ترى فهي داخلةٌ في الشكل (2.2.3)، وعليه فمسلك اختبار صحتها سيكون هو المسلك الخامس: مسلك الشرط الوجودي. فيكون لنا إذن:

$$7.\ [\neg \forall \text{ (م} \wedge \text{ل)} \rightarrow (\forall \text{ (ك} \wedge \text{ل)} \vee \forall \text{ (م} \wedge \text{ك)})]$$

فإن لزمت قضوياً الصور الحدية الظاهرة في تاليه عن الصورة الحدية الظاهرة في مقدمه كان هذا الشرط الوجودي صحيحاً.

وهذا ما ينفعنا فيه التحليل الصدقي للصورة الحدية:

$$8.\ [(\text{م} \wedge \text{ل}) \rightarrow ((\text{ك} \wedge \text{ل}) \vee (\text{م} \wedge \text{ك}))]$$

1.	(م هـ ـ ل) ← ((ك هـ ـ ل) ٧ (م هـ ـ ك))		خ 1
2.	(م هـ ـ ص) ← ((ك هـ ـ ص) ٧ (م هـ ـ ك))	(م هـ ـ ك) ← ((ك هـ ـ ك) ٧ (م هـ ـ ك))	خ 2
3.	(م هـ ك) ← ((ك هـ ك) ٧ (م هـ ـ ك))		ق ١/ 2
4.		(م هـ ص) ← (ك هـ ص) ٧ (م هـ ـ ك))	ق ٢/ 2
5.	ك ← ((ك ٧ (م هـ ـ ك))		ق ٢/ 3
6.	ص		ق ١/ 5
7.		م ← (ك ٧ (م هـ ـ ك))	ق ١/ 4
8.		م ← (ك ٧ م)	قاج 7/
9.		(ـ م ٧ ك ٧ م)	÷ ٧ ١/ 8
10.		ص	قاق/ 9
11.	ص	ص	خ ن

بالبت القضوي بواسطة التحليل الصدقي في صحة الصورة الحدية رقم 8 نكون قد بيّنا أن الشرط الوجودي رقم 7 شرط صحيح، وعليه فإن الصورة الحدية الوجودية رقم 6 صورة صحيحة. وهذا ما يبيّن لنا أن العبارة المحصورة الواحدية رقم 1. عبارة محمولية صحيحة.

فيما يلي مجمل ما عليك القيام به قصد اختبار صحة العبارات المحصورة الواحدية للغة المحمولية.

1. خَلِّص العبارة.
2. اخْرج إلى صورتها القانونية الوصلية.
3. انقل أسوارها الكلية إلى أسوار بعضية (وجودية).
4. أُخرِج إلى صورتها الحدّية الوجودية.
5. طبق مسلك اختبار الصحة المناسب لشكل ما خرجت إليه من صور حدية وجودية.

تمارين

اختبر صحة العبارات التالية:

1. [Λسـ(ك (سـ)←ل(سـ)) ∧ Λ سـ(ـــ م (سـ) ←ك (سـ))] ←Λ سـ(م (سـ) ←V صـ ل (صـ))

2. {[Λ سـك (سـ)←V صـك (صـ)] ∧ Λ سـك (سـ)}←V صـك (صـ).

3. {[V سـك (سـ) ←V سـل (سـ)] ∧ ـــV سـل (سـ)} ← ـــV سـك (سـ).

4. [V سـ(ك (سـ) ∧ل (سـ)) ∧Λسـ(م (سـ) ← ـــل(سـ))] ←V ســ (ك (سـ) ∧ ـــ م (سـ)).

II. العبارات المهملة الواحدية

ونقصد بها مجموعة العبارات المحمولية ذات المحمولات الواحدية التي تضم مكونات مهملة. إن الجديد الذي يميز هذه المجموعة عن سابقتها هو فقط بروز المتغيرات الشخصية المهملة. لذا فبمجرد ما يتم الحصر الكلي لما أُهمل فيها من متغيرات، تصبح مسطرة اختبار الصحة التي عُرضت لسابقتها جاريةٌ عليها.

وهكذا فالاجراء الرئيس الأول في مسطرة اختبار صحتها هو:

> القيام بحصر كل المتغيرات الشخصية المهملة فيها حصراً كلياً.

وبهذا يصبح أمر بيان صحتها راجعاً إلى بيان صحة ما خرج منها، نتيجة التسوير الكلي، من عبارة محصورة واحدية. وهذا ما لك به علمٌ في الفقرة السابقة لهذه.

مثال:

لتكن العبارة المهملة الواحدية:

[ك (سـ) ← (Λ صـل (صـ)← ل (عـ))]

فأول خطوة في مسطرة اختبار صحتها تكمن في حصرها كلياً بِعَدَدِ ما فيها من متغيرات شخصية مهملة:

1. Λ سـ Λ عـ[ك (سـ) ← (Λ صـل (صـ) ← ل (عـ))].

لقد أصبحنا أمام عبارة محصورة واحدية، وعليه فإجراءات مسطرة اختبار صحتها هي عينها الاجراءات المعروضة في I.

2. [V سـك (سـ) ← (Λ صـل (صـ) ← Λ عـل (عـ))].

خلّصنا ها بتطبيق **تح 11** مرتين.

3. (¬V سـك (سـ) v ¬ Λ صـل (صـ) v Λ عـل (عـ)).

أعطينا صورتها القانونية الوصلية بتطبيق $\overset{\neg, v}{\longrightarrow}$ مرتين و جَمَّعنا.

4. (¬ V سـك (سـ) v V صـ ¬ ل (صـ) v ¬V عـ ¬ ل (عـ))

نقلنا أسوارها الكلية إلى أسوار بعضية بتطبيق القواعد **نس 1 وتل 1**.

5. (¬V ك v V ¬ ل v ¬V¬ل)

أعطينا صورتها الحدية الوجودية بإسقاط متغيراتها الشخصية.

6. (¬ V ¬ ك ← (¬ ¬ V¬ ل ← V¬ ل)).

فمسلك الشرط الوجودي هو المناسب لها لدخولها تحت الشكل (2.2.3)، وعليه نختبر صحة:

7. (V ك ←(V¬ل ← V ¬ ل)).

وهذا يعود إلى البت القضوي في الصورة الحدية:

8. (ك ←(¬ ل ← ¬ ل)).

التي يبين لنا تحليلها الصدقي أنها صورة حدية صحيحة. ويكون بهذا بيان صحة العبارة المهملة الواحدية:

[(ك (سـ) ← (Λ صـل (صـ) ← ل (عـ))]

III. العبارات المحمولية الواحدية ذات الحروف القضوية

ما تتميز به هذه المجموعة من العبارات عن سابقاتها هو ظهور الحروف القضوية ضمن مكوناتها. وبفعل هذه الميزة يتخذ نهج اختبار الصحة فيها مسلكاً يصبح فيه الإجراء التالي رئيساً لا غنى عن الابتداء به:

> التحليل الصدقي للعبارة ككل باعتماد الاسنادات الصدقية للحروف القضوية البارزة فيها.

بمجرد إنجاز هذا الاجراء يكون الحاصل لا محالة حالةً من الحالات الثلاثة الآتية:

1. إما أن نصل في أحد أعمدة التحليل الصدقي إلى القيمة «كـ» كقيمة جُملية للعبارة المحللة.
2. وإما أن نصل في كل خانات السطر البتات إلى القيمة «ص».
3. وإما أن يكون الحاصل عبارة محمولية واحدية أو أكثر.

فإن حصلنا على القيمة «كـ» كقيمة جُملية للعبارة في أحد أعمدة التحليل الصدقي وإن لم يكتمل؛ كان في ذلك بيانٌ لفساد العبارة وإبعادٌ لخاصية الصحة عنها.

وإن حصلنا على القيمة «ص» في كل خانات السطر البتات بعد أن يكون التحليل الصدقي قد اكتمل؛ كان في ذلك بيانٌ لصحة العبارة المحمولية الواحدية ذات الحروف القضوية.

في الحالة الأولى كما في الثانية يكون مسلك اختبار الصحة قد استوفى أغراضه فنكتفي بالاجراء الرئيس ـ التحليل الصدقي ـ دليلاً على صحة العبارة أو فسادها.

أما في الحالة الثالثة، فإن مسلك اختبار صحة العبارة الأصلية يصبح راجعاً لاختبار صحة ما خرج منها من عبارات محمولية خالية من الحروف القضوية؛ فنكون أمام عبارات محصورة أو عبارات مهملة ما علينا إلا نهج ما يناسبها من مسالك كما تَمَّ لنا عرضها في I وII أعلاه.

إلى جانب **قواعد التقويم التحليلي** القضوية التي سبق لك الإمساك بها في «**دروس في المنطق**.....، ص ص 64-73» تحتاج استراتيجية التحليل الصدقي للعبارات المحمولية ذات الحروف القضوية للقواعد الأربع التالية حتى تكتمل أركانها:

قاعدة تصديق الحصر الكلي (⊤Λ):

⊤Λ	إذا كان	Λ سـ (ص)
		.
		.
		.
	أُكتب	ص

إن كان حاصل تحليل ما دخل في مدى الحصر الكلي صادقاً، كان حاصل تحليل الحصر الكلي صادقاً.

قاعدة تصديق الحصر البعضي ($\vdash V$) :

$\vdash V$

إذا كان ... ... | V سـ (ص)
.
.
.
أُكتب ... ... | ص

إن كان حاصل تحليل ما دخل في مدى الحصر البعضي صادقاً، كان حاصل تحليل الحصر البعضي صادقاً.

قاعدة تكذيب الحصر الكلي $\Lambda \dashv$

$\Lambda \dashv$

إذا كان ... ... | Λ سـ (ك)
.
.
.
أُكتب ... ... | ك

إن كان حاصل تحليل ما دخل في مدى الحصر الكلي كاذبا، كان حاصل تحليل الحصر الكلي كاذباً .

قاعدة تكذيب الحصر البعضي $V \dashv$

$V \dashv$

إذا كان ... ... | V سـ (ك)
.
.
.
أُكتب ... ... | ك

إن كان حاصل تحليل ما دخل في مدى الحصر البعضي كاذبا، كان حاصل تحليل الحصر البعضي كاذباً .

أمثلة للارتياض

لنختبر صحة العبارات المحمولية ذات الحروف القضوية التالية:

1. {[Λسـ (ك (سـ) ← ل(سـ)) ∨ ب ∨ ـ ب] ← (V سـك (سـ) ٨ ـ ب)}
2. {[V سـ ك (سـ) ٨ (ب ٨ ـ ب] ← [Λ سـل (سـ) ٨ (ب ٨ ـ ب)]}.
3. [Λسـ (ك (سـ) ← ب) ↔ (V سـك (سـ) ← ب)].

الإجراء الرئيس لاختبار صحة العبارة الأولى:

{ [Λسـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∨ ب ∨ ـ ب] ← (V سـك (سـ) ٨ ـ ب)}	
[Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∨ ص ∨ ـ ص] ← (V سـك (سـ) ٨ ـ ص) [Λ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ∨ ص ∨ كـ] ← (V سـك (سـ) ٨ كـ) ص ← كـ كـ	

بمجرد ما حصلنا على القيمة «كـ» كقيمة جُملية للعبارة أوقفنا التحليل وأكتفينا بما وصلنا إليه إذ فيه بيان لعدم صحة العبارة. فيكون هذا مثالاً على الحالة الأولى.

الإجراء الرئيس لاختبار صحة العبارة الثانية.

1.	[V سـك (سـ) ٨ (ب ٨ ـ ب)] ← [Λ سـل (سـ) ٨ (ب ٨ ـ ب)]	
2.		
3.	[V سـك (سـ) ٨كـ] ← [Λسـل (سـ) ٨كـ]	[V سـك (سـ) ٨كـ] ← [Λسـل (سـ) ٨كـ]
4.	كـ ← كـ	كـ ← كـ
5.		
6.	ص	ص
7.		
8.	ص	ص

في السطر 3 وضعنا القيمة « كـ» موضع العبارة (ب٨ ـــ ب) وذلك تطبيقاً للقاعدة (قاض١) مما مكننا من سرعة التحليل والوصول إلى القيمة « ص » المنقولة إلى السطر البتات. **وبهذا يكون بيان صحة العبارة ويكون الاجراء الرئيس كافياً في ذلك لدخول نتيجته في الحالة الثانية.**

نمرّ الآن إلى المثال الثالث لنرى حالته الناجمة عن تطبيق الاجراء الرئيس عليه:

.1	∧سـ (ك (سـ) ← ب) ↔ (∨سـ ك (سـ) ← ب)	
.2		
.3	∧سـ (ك (سـ) ← ص) ↔ (∨ سـ ك (سـ) ← ص)	
.4		∧سـ (ك (سـ) ← كـ) ↔ (∨ سـ ك (سـ) ← كـ)
.5	∧ سـ (ص) ↔ ص	
.6		∧سـ (ـــ ك (سـ)) ↔ (ـــ∨ سـ ك (سـ))
.7	ص ↔ ص	
.8	ص	

لقد استنفذ الإجراء الرئيس استراتيجيته دون الحصول على القيمة « كـ» في بعض أعمدته أو الحصول على القيمة « ص » في كل خانات سطره البتات. بل الحاصل منه عبارة محصورة واحدية ظهرت في السطر رقم 6. فيجب والحالة هذه اختبار صحتها بما يناسبها من مسلك ليكتمل بذلك نهج اختبار صحة ما خرجت منه.

وهكذا ننتقل إلى فحص:

6. ∧ سـ ـــ ك (سـ) ↔ ـــ ∨ سـ ك (سـ).

بعد إعطاء صورتها القانونية الوصلية ثم صورتها البعضية فالحدية الوجودية، نصل إلى شرطها الوجودي:

ك ∨ ← ك ∨

وهو كما ترى شرط صحيح للصحة القضوية المبتوت فيها للصورة الحدية:

(ك ← ك).

1.	ك ← ك	
2.		
3.	ص ← ص	ك ← ك
4.	ص	ص
5.	ص	ص

بهذه الصحة، وبظهور القيمة «ص» كقيمة جُملية للعبارة الأصلية في عمود الصدق من التحليل الصدقي للإجراء االرئيس ، يكتمل اختبار صحة العبارة المحمولية ذات الحروف القضوية:

Λسـ(ك (سـ) ← ب) ↔ (V سـك (سـ) ← ب).

فيَحِقُّ الحكم بصحتها وهو المطلوب.

تمارين:

اختبر صحة:

1. [Λسـ(ك (سـ)↔ب) ٨ (V سـك (سـ)↔حـ)] ←(ب↔حـ).
2. {ب ←[حـ ٨ Λ سـ(ك (سـ) ← ـل (سـ))] ٨[حـ ←V سـ(ك (سـ) ٨ (ل (سـ) ٧ م (سـ)))]} ←[ب ← V سـ(م (سـ) ٨ ـل (سـ))].

IV. عموم عبارات اللغة المحمولية.

على خلاف ما جرينا عليه في المسالك السابقة من اختبارات مباشرة للصحة في كل مجموعة على حدة من المجموعات المعنية (في I، II وIII)، نأتي الآن لمسلك غير مباشر لبيان الصحة، مسلكٌ شاملٌ لَهُ قدرة الجريان على عموم عبارات اللغة المحمولية.

فهو مسلك غير مباشر لأنه لا يتصدى للصحة مختبراً لها، بل يبيّنها بتوسط نقيضها: عدم الاتساق. ويكمن لُبُّ هيكله العام فيما يشبه الأمر المركب التالي:

اسلب العبارة، وانظر؛ فإن بان عدم اتساقها، كان به بيان صحتها.

ومرجع هذا الأمر، القاعدة التالية :

> تكون العبارة المحمولية صحيحة إذا وفقط إذا كان سلبها غير متسق .

وفرعها :

> يكون الاستدلال صحيحاً إذا وفقط إذا كان وصل مقدماته بسلب نتيجته غير متسق .

و

> تلزم العبارة المحمولية ب عن العبارة المحمولية ب إذا وفقط إذا كان (ب ∧ ~ ب) غير متسق .

نقوم في هذا المسلك إذن بالبحث عن عدم الإتساق (التناقض)، وبواسطة العلم به يحصل لنا العلم بالصحة أو اللزوم فيما نحن باحثون فيه .

وهو مسلك شامل لشمول استراتيجيته لكل العبارات المحمولية الصحيحة، إذ لا نميز فيها بين مجموعة وأخرى كما كان عليه الشأن فيما عرضنا له من مسالك في I وII وIII أعلاه . ومن ثمة جواز الإستغناء به عما سبقه .

أركان المسلك الشامل

يقوم المسلك الشامل على الأركان الثلاثة الآتية :

ركن التمهيد وركن التوليد وركن التحليل . فالتمهيد اجرائيٌ قصد الإبتداء، والتوليد تشخيصيٌ قصد الاستواء، أما التحليل فصدقيٌ قصد البت للاختتام والحسم . فلنعرض لها واحداً واحداً بما تحتاجه من بسط .

1 . ركن التمهيد

لا غنى لنا كي نُشَغِّل المسلك الشامل عن دخول المنفذين : منفذ التصدير ومنفذ التكذيب .

1.1. منفذ التصدير

ويقصد به مجموع إجراءات النقل إلى الصيغة القانونية الشاملة (انظر: I.VII) من الباب الأول من هذا الكتاب). وما ينقل من عبارة محمولية في هذا المنفذ لا يخرج عن هيئتين: اثنتان بالصورة لكنهما متحدتان بالتراجع.

الهيئة الأولى عبارة محمولية واحدة تألفت مكوناتها تأليفاً قضوياً يحكمه رابط أساسي. فكانت أُفقية المرسم. أما الثانية فجُملة عبارات محمولية تألفت مكوناتها تأليف صورة استدلالٍ تميزت فيه المقدمات عن النتيجة. فكانت عمودية المرسم. للهيئة الأولى علاقة بأصل القاعدة في حين تتعلق الثانية بفَرْعَيْها كما سيتضح لك بعد حين.

أما اتحاد الهيئتين بالتراجع فمبناه على مشروعية رد كلٍّ واحدة منهما إلى الثانية بواسطة ما عهدناه من اجراءات (انظر، **دروس في المنطق**...، ص ص، 33-34).

يجري التصدير في الهيئة الأولى على طول العبارة المحمولية أما في الهيئة الثانية فيجري على كل مقدمة مقدمة وعلى النتيجة في كل منها باستقلال. والخارج من هذا المنفذ يُدخل إلى:

2.1. منفذ التكذيب

ويُقصد به إجراء السلب فيما نحن مشتغلون بفحصه. وما نحن مشتغلون به من عبارة محمولية لا يخرج عن الهيئتين المذكورتين في المنفذ السابق. لذا:

يُجرى السلب في الهيئة الأولى على طول الصيغة القانونية الشاملة للعبارة المحمولية المراد اختبارها. أما في الهيئة الثانية فيُجرى السلب فقط على نتيجة ما خرج لنا من الهيئة الثانية في المنفذ السابق. ويُتَوَّجُ المنفذان بِرَكْن الخارج منهما في رأس المسلك الشامل على الترتيب التالي:

- إن كان الحاصل منهما خارجاً من الهيئة الأولى فإنه يُركن في سطر وحيد يحمل الرقم 1؛

- وإن كان خارجاً من الهيئة الثانية، فتُرَكَنُ كل واحدة من مقدماته في أسطر متتابعة يُشغَلُ آخرها بسلب النتيجة مع ترقيم كل الأسطر على التوالي من أولها إلى آخرها.

1.1 . منفذ التصدير

ويقصد به مجموع إجراءات النقل إلى الصيغة القانونية الشاملة (انظر: I.VII) من الباب الأول من هذا الكتاب) . وما ينقل من عبارة محمولية في هذا المنفذ لا يخرج عن هيئتين: اثنتان بالصورة لكنهما متحدتان بالتراجع.

الهيئة الأولى عبارة محمولية واحدة تألفت مكوناتها تأليفاً قضوياً يحكمه رابط أساسي. فكانت أُفقية المرسم. أما الثانية فجُملة عبارات محمولية تألفت مكوناتها تأليف صورة استدلال تميزت فيه المقدمات عن النتيجة. فكانت عمودية المرسم. للهيئة الأولى علاقة بأصل القاعدة في حين تتعلق الثانية بفَرْعَيْها كما سيتضح لك بعد حين.

أما اتحاد الهيئتين بالتراجع فمبناه على مشروعية رد كلٍّ واحدة منهما إلى الثانية بواسطة ما عهدناه من اجراءات (انظر، **دروس في المنطق**...، ص ص، 33-34).

يجري التصدير في الهيئة الأولى على طول العبارة المحمولية أما في الهيئة الثانية فيجري على كل مقدمة مقدمة وعلى النتيجة في كل منها باستقلال. والخارج من هذا المنفذ يُدخل إلى:

2.1 . منفذ التكذيب

ويُقصد به إجراء السلب فيما نحن مشتغلون بفحصه. وما نحن مشتغلون به من عبارة محمولية لا يخرج عن الهيئتين المذكورتين في المنفذ السابق. لذا:

يُجرى السلب في الهيئة الأولى على طول الصيغة القانونية الشاملة للعبارة المحمولية المراد اختبارها. أما في الهيئة الثانية فيُجرى السلب فقط على نتيجة ما خرج لنا من الهيئة الثانية في المنفذ السابق. ويُتَوَّجُ المنفذان بِرَكْن الخارج منهما في رأس المسلك الشامل على الترتيب التالي:

- إن كان الحاصل منهما خارجاً من الهيئة الأولى فإنه يُركن في سطر وحيد يحمل الرقم 1؛
- وإن كان خارجاً من الهيئة الثانية، فتُركَنُ كل واحدة من مقدماته في أسطر متتابعة يُشغَلُ آخرها بسلب النتيجة مع ترقيم كل الأسطر على التوالي من أولها إلى آخرها.

لنأخذ الآن مثالاً نتريض به على ولوج المسلك الشامل بالخروج من مَنْفَذَيْ ركنه الأول.

لتكن العبارة المحمولية ذات الهيئة الأولى:

(1). $\{[\Lambda$ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) ٨ Λ سـ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← Λ سـ (م (سـ) ← ل (سـ))$\}$.

إن منفذ التصدير يؤدى بها إلى:

(2). Λ صـ V سـ $\{[$(ك (سـ) ← ل (سـ)) ٨ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← (م (صـ) ← ل (صـ))$\}$.

ومنفذ التكذيب يؤدي بـ(2) إلى:

(3). V صـ Λ سـ ⊢ $\{[$(ك (سـ) ← ل (سـ)) ٨ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← (م (صـ) ← ل (صـ))$\}$.

لنركن إذن هذا الخارج على النحو التالي:

[1]

1.	V صـ Λ سـ ⊢ $[$(ك (سـ) ← ل (سـ)) ٨ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← (م (صـ) ← ل (صـ))
2	

وآخرَ للهيئة الثانية:

(1) $\dfrac{(\Lambda$ سـ ك (سـ) ← V سـ ل (سـ)) (Λ سـ م (سـ) ٨ Λ سـ ل (سـ))}{V سـ (م (سـ) ٨ ل (سـ))}$

بكل تأكيد يمكن ارجاع هذه الهيئة إلى سابقتها بوصل المقدمتين وربطهما كمقدم لشرط تاليه هو النتيجة؛ لكنني لا أنصح به وأفضل الاشتغال على الهيئات الثانية لما فيه من يُسر التصدير بخلاف عسره في الأولى.

إن منفذ التصدير يؤدي بمقدماتها ونتيجتها إلى الصيغ القانونية الشاملة التالية:

(2) $\forall$ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)) بناءً على (خصا Λ)

Λ سـ (م (سـ) ∧ ل (سـ)) بناءً على (تو Λ)

$\forall$ سـ (م (سـ) ∧ ل (سـ)) وهي أصلاً (ص.ق.ش)

ومنفذ التكذيب يؤدي بنتيجة (2) إلى:

Λ سـ ⊸ (م (سـ) ∧ ل (سـ))

ثم تُركن المقدمات مع سلب النتيجة في رأس المسلك على النحو التالي:

[2]

.1	$\forall$ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ))
.2	Λ سـ (م (سـ) ∧ ل (سـ))
.3	Λ سـ ⊸ (م (سـ) ∧ ل (سـ))
.4	... ...
.	. .
.	. .

بالانتهاء من ترتيب الخارج من المنفذين يكون ركن التمهيد قد حصَّل غايته واكتمل للمسلك الشامل مدخله. فلننصرف عنه إلى الركن الثاني.

2. ركن التوليد

ويُقصد بالتوليد في هذا المقام فكُّ المقيدات عن أسوارها بتشخيصها. وهو ما اتفق جمهور المناطقة المعاصرين على تسميته بالتشخيص. ويُحْكَمُ اجراؤه بالقاعدتين:

1.2. قاعدة تشخيص الحصر الكلي

$\Lambda / \overline{\text{س}}$	إذا كان . . .	Λ سـ ص
	اكتب . . .	ص ($\overline{\text{س}}$ / سـ)

وبها الخروج من محصورة كلية (Λ سـ ص) إلى شخصية (ص ($\overline{\text{س}}$ سـ)) حيث الثوابت الشخصية محل ما كان متغيراً مقيد في أصله . ومنه خروج أصلٌ والخارج فرعٌ له .

إباحة

لاقيد لنا عليك في اختيار أسماء الثوابت الشخصية في هذه القاعدة؛ فأنت حرٌ في إحلال ما طاب لك إحلاله منها، أسَبَق ظهورها في المسلك أم لم يسبق . غير أن إحلال السابق أوْلى .

2.2. قاعدة تشخيص الحصر البعضي

$V / \overline{\text{س}}$	إذا كان . . .	Vسـ ص
	اكتب . . .	ص ($\overline{\text{س}}$ / سـ)

ومنطوق القاعدة عين ما سبقها بشرط إحلال (V سـ ص) محل (Λ سـ ص) .

تحريم

ليستقيم إجراء القاعدة يُحرَّم إحلال ما سبق ظهوره في المسلك من ثوابت . فإحلال الجديد واجب والقديم ممنوعٌ .

وتُرْكَنُ الفروع الخارجة (أي نتائج إجراء القاعدتين) في أسطر متتابعة أسفل مدخل المسلك الشامل وتُرقَّمُ في مبتداها بأرقام تسلسلت عن أرقام عبارات المدخل وفي منتهاها، بأرقام أصولها. ولا مانع يمنع أن يكون الأصل خارج المدخل.

الرياضة

وملعبنا لها ما بدأنا في بنائه للمسلكين [1] و[2]. كان [1] قد وصل إلى:

1.	$\forall$ صـ $\wedge$ سـ ⊢ {[(ك (سـ) ← ل (سـ)) ∧ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← (م (صـ) ← ل (صـ))}
2.	$\wedge$ سـ ⊢ {[(ك (سـ) ← ل (سـ)) ∧ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← (م (صَـ) ← ل (صَـ))} [من 1]
3.	⊢ {[(ك (صَـ) ← ل (صَـ)) ∧ (م (صَـ) ← ك (صَـ))] ← (م (صَـ) ← ل (صَـ))} [من 2]

رَسْمِ الركن الأول للمسلك الشامل. أما في السطر رقم (2) فقد سجلنا نتيجة إجراء قاعدة تشخيص الحصر البعضي على العبارة (1). إذ تلاحظ أن السور البعضي قد اختفى هو ومتغيراته المقيدة وحلَّ الثابت «صَـ» في كل مواقع تلك المتغيرات. حصل ذلك كما ترى في تالي الشرط. ولأن الأصل (1) لا يضم أي ثابت، كان «صَـ» إذن جديداً. وقد سُجِّل في آخر السطر (2) التعبيرَ [من 1] دليلاً على أصله.

أما السطر (3) فقد شغلناه بنتيجة إجراء قاعدة تشخيص الحصر الكلي على العبارة (2) ولأن هذه القاعدة لا تحرّم توظيف الثوابت القديمة، لجأنا للثابت «صَـ» بديلاً وتشخيصاً لما كان مقيداً من متغيرات شخصية في (2). وسجلنا في آخر السطر دليل أصله وهو [من 2]. وأنت تلاحظ هنا أن الأصل من خارج المدخل.

أما بناء الركن الثاني للمسلك [2]، فيتم بتطبيق القاعدة $\frac{\text{سـ}}{\forall}$ على العبارة (1)، فيكون لنا السطر (4). وتطبيق $\frac{\text{سـ}}{\wedge}$ على العبارة (2). فنحصل على السطر (5)، وأخيراً إجراء $\frac{\text{سـ}}{\wedge}$ على العبارة (3)، مما يؤدي إلى السطر (6).

انظر:

[2]

1.	$\forall$ سـ (ك (سـ) ← ل (سـ)).	
2.	$\wedge$ سـ (م (سـ) $\wedge$ ل (سـ)).	
3.	$\wedge$ سـ ¬ (م (سـ) $\wedge$ ل (سـ)).	
4.	(ك (صـ) ← ل (صـ)).	[من 1]
5.	(م (صـ) $\wedge$ ل (صـ)).	[من 2]
6.	¬ (م (صـ) $\wedge$ ل (صـ)).	[من 3]

بالانتهاء من تطبيق القاعدتين ـ وعلامة الانتهاء استنفاذُ إمكانِ الإجراء بانقراض الأصول المحصورة ـ يكون ركن التوليد قد حصَّل غايته باستواء الفروع في حيازتها للبنية القضوية وانفكاكها من منطق الأسوار. وهذا ما يُهيئنا للركن الثالث، فلننصرف إليه.

3. ركن التحليل

ويُقصد بالتحليل في هذا المقام التقويم الصدقي لما تشخَّصَّ في الركن السالف من عبارات، وهي الفروع. فإن تعددت ـ كما هو شأن الهيئة الثانية ـ كان لركن التحليل منفذان: منفذ الوصل ومنفذ البت؛ وإن تفردت في وحدتها، اكتفي بالثاني منهما.

1.3. منفذ الوصل

ومجراهُ ربط ما خرج من فروع لافرع لها في ركن التوليد برابط الوصل، لتلتئم به عبارة وصلية قضوية.

2.3. منفذ البت

ومجراه تحليلُ الخارج (من المنفذ السالف إن وُجد / أو من ركن التوليد مباشرة) تحليلاً صدقياً قضوياً. ومرساه البتُّ في عدم اتساق ما جرى عليه التحليل.

بالانتهاء من هذا المنفذ يكون الخارج منه، إن كان غير متسقٍ (متناقض)، دليلاً على عدم اتساق (تناقض) العبارة أو العبارات المحمولية التي شغلت ركن التمهيد. ويكون ركن التحليل قد حصَّل غايته بالختم والحسم.

الرياضة

وصلنا في المسلك [1] إلى السطر (3) الذي خَتَم ركن التوليد وكان فرعاً وحيداً، فلا حاجة بنا إذن لدخول المنفذ الأول من منافذ التحليل، إذ ندخل المنفذ الثاني مباشرة:

1.	$\forall$ صـ Λ سـ ⊢ {[(ك (سـ) ← ل (سـ) ٨ (م (سـ) ← ك (سـ))] ← (م (صـ) ← ل (صـ))}
2.	Λ سـ ⊢ {[ك (سـ) ← ل (سـ)) ٨ (م (سـ) ← ك (سـ)] ← (م (صَـ) ← ل (صَـ))}. [من 1]
3.	⊢ {[(ك (صَـ) ← ل (صَـ)) ٨ (م (صَـ))] ← (م (صَـ) ← ل (صَـ)) }. [من 2]
	يؤدي التحليل الصدقي للعبارة (3) إلى بيان تناقضها

أمـا في المسلك [2]، فلا مفر لنا من دخول المنفذ الأول بوصل بعض الفروع المتولدة أوْ كُلها. وهكذا فإن وَصْل الفرع 5 و6 يؤدي إلى العبارة:

(م (صَـ) ٨ ل (صَـ)) ٨ ⊢ (م (صَـ) ٨ ل (صَـ))

التي يؤدي التحليل الصدقي القضوي إلى بيان تناقضها. وبهذا البيان نكتفي للحكم على العبارة المحمولية (1) وعلي العبارة المحمولية (2) بالصحة.

ونختم عرضنا للمسلك الشامل بالسير فيه قصد اختبار صحة الصورة الاستدالية المحمولية التالية:

$\forall$ عـ Λ صـ ك (عـ، صـ).

$\forall$ فـ Λ صـ (⊢ ك (فـ، صـ) ٧ Λ سـ ⊢ ك (صـ، سـ)).

$\forall$ سـ $\forall$ صـ { ك (سـ، صـ) ٨ Λ مـ ⊢ [(⊢ ك (سـ، مـ) ٨ ك (مـ، صـ)) ٧ (ك (صـ، مـ) ٨ك (مـ، سـ))] }.

تحتاج المقدمة الثانية والنتيجة الدخول في منفذ التصدير من الركن الأول للمسلك، ويكون الكل الخارج إذن هو:

∨ عـ ∧ صـ ك (عـ، صـ).
∧سـ ∨ ف ∧صـ (— ك (ف، صـ) ∨— ك (صـ، سـ)).

∨ سـ— ∨ صـ∧ مـ { ك (سـ، صـ) ∧ — [(— ك (سـ، مـ) ∧ ك (مـ، صـ)) ∨ (ك (صـ، مـ) ∧ك (مـ، سـ))]}.

وقد تم لنا ذلك بتطبيق القواعد: تخ 5 في المقدمة الثانية وتخ 1 في النتيجة.
وبعد إجراء سلب النتيجة نَرْكُنُ الجميع في رأس المسلك وندخل ركن التوليد بإجراء قواعده:

1.	∨ عـ ∧صـ ك (عـ، صـ)	
2.	∧ سـ ∨ ف ∧صـ (— ك (ف، صـ) ∨— ك (صـ، سـ)).	
3.	∧ سـ ∧ صـ ∨ مـ {— ك (سـ، صـ) ∨ [(— ك (سـ، مـ) ∧ك (مـ، صـ)) ∨ (ك (صـ، مـ) ∧ك (مـ، سـ))]}.	
4.	∧صـ ك (عـ، صـ)	[من 1]
5.	∨ ف ∧صـ (— ك (ف، صـ) ∨— ك (صـ، عـ))	[من 2]
6.	∧صـ (— ك (قـ، صـ) ∨— ك (صـ، عـ))	[من 5]
7.	ك (عـ، قـ)	[من 4]
8.	∧ صـ ∨ مـ {— ك (عـ، صـ) ∨ [(— ك (عـ، مـ) ∧ ك (مـ، صـ)) ∨ (ك (صـ، مـ) ∧ ك (مـ، عـ))]}	[من 3]
9.	∨ مـ {— ك (عـ، قـ) ∨ (— ك (عـ، مـ) ∧ ك (مـ، قـ)) ∨ (ك (قـ، مـ) ∧ ك (مـ، عـ))}	[من 8]
10.	[— ك (عـ، قـ) ∨ (— ك (عـ، مـ) ∧ ك (مـ، قـ)) ∨ (ك (قـ، مـ) ∧ ك (مـ، عـ))]	[من 9]
11.	ك (عـ، مـ)	[من 4]
12.	— (ك (قـ، مـ) ∧ ك (مـ، عـ))	[من 6]

بالانتهاء من ركن التوليد الذي خرجنا فيه إلى العبارات الشخصية 7، 11، 12 و12 ندخل ركن التحليل بوصلها ثم البت القضوي في عدم اتساقها. يُعطيك منفذ الوصل العبارة (كتبتُها بأرقام أسطرها للاختصار):

12 ∧ (7 ∧ (11 ∧ 12)).

وإن أنت أجريت عليها التحليل الصدقي الموسع (انظر: **دروس في المنطق**... ص ص. 79-83) ستصل إلى:

(ك (عـ، مـ) ∧ ⊸ ك (عـ، مـ)).

وهذه عبارة واضحة التناقض، وبها بيان عدم اتساق الوصل 13 الذي يَدُلك على صحة الصورة الاستدلالية المحمولية التي دخلت المسلك الشامل.

تمارين:

بين صحة الاستدلات المحمولية التالية بواسطة المسلك الشامل:

(1) ∧سـ ∧صـك (سـ، صـ).

(ك (سّـ، سّـ) ∧ك (سّـ، صّـ) ∧ (ك (صّـ، سّـ) ∧ك (صّـ، صّـ)).

(2) ∧صـ[(ك (صـ) ∧ل (صـ)) ← م (صـ)].

∧سـل (سـ) ∧ ⊸ ∧عـ لنا (سـ، سّـ).

∧عـ (ك (عـ) ← م (عـ)).

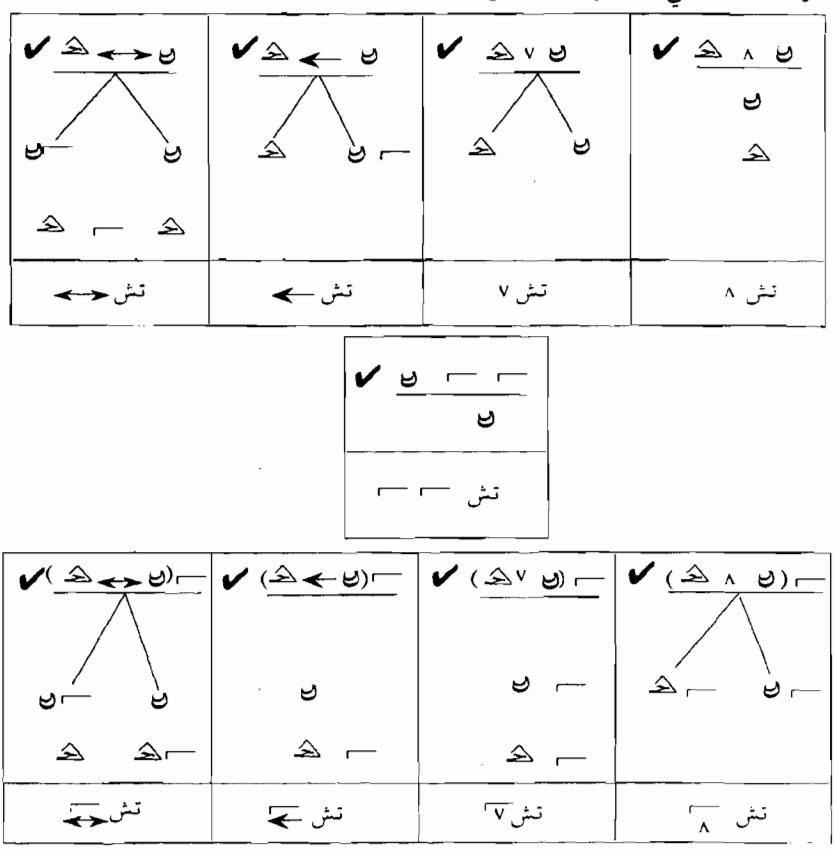
(3) ∧صـ[ك (صـ) ∧ (ل (صـ، صـ) ∧ م (صـ))]

∨سـل (سـ، سّـ) ∧ ∧سـم (سـ)

ثانياً: المسلك التشجيري[1]

I . الأشجار الصدقية للغة المحمولية

I.I . في الحالة التي تتكون فيها عبارات اللغة المحمولية من قضايا شخصية فقط بدون ظهور العبارات المحصورة فإن القواعد التي سبق عرضها وتطبيقها في لغة منطق القضايا (انظر الجزء الأول) تظل سارية المفعول وكافية لتقويم هذا الجزء من اللغة المحمولية، فيما يلي تذكير بتلك القواعد :



(1) في هذا المسلك وفي الذي يليه اعتمدنا بشكل رئيس على الكتابين [9] و [13]، انظر لائحة المراجع أدناه .

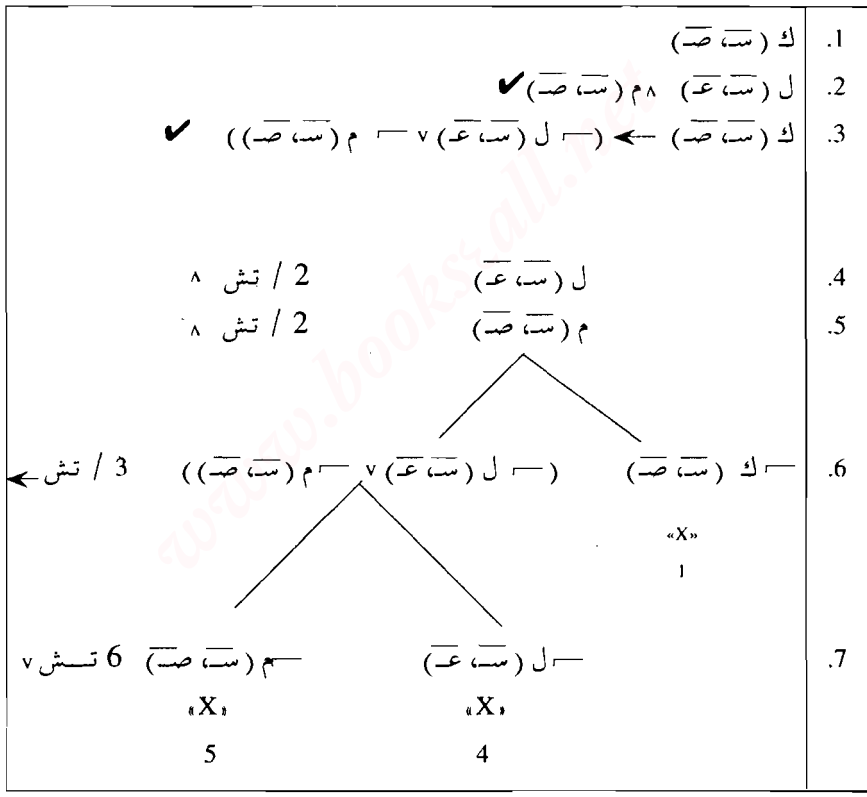
مثال

إن شجرة المجموعة التالية:

{ك (س، ص)، ل (س، ع) ٨ م (س، ص)،

ك (س، ص) ← (¬ ل (س، ع) ∨ ¬ م (س، ص))}

لا تختلف عن مثيلتها من بين أشجار مجموعة ما من عبارات اللغة القضوية، قارن إذن:



وواضح أنها عبارة عن مجموعة غير متسقة لإنسداد كل فروعها. وقد اتضح عدم اتساقها هذا بناءً على أسس قضوية صرفة. **فهي إذن غير متسقة محمولياً على أساس قضوي.**

2.I. لكن هناك مجموعات أخرى من قضايا اللغة المحمولية قد تكون غير متسقة محمولياً لكنها في نفس الوقت قد لا تكون غير متسقة قضوياً. (راجع حدود القواعد القضوية في انطباقها على اللغة المحمولية في مطلع هذا الكتاب، ص ص.(7-8)).

وهذا يعني أن القواعد الشجرية القضوية لا تسمح لنا دائماً ببناء أشجار مسدودة لمثل هذه العبارات المحمولية. فلو أردنا مثلاً تشجير المجموعة:

{ Λ سـ (ك (سـ، صَـ) ← ل (سـ، عَـ))، ك (سَـ، صَـ) ٨ ـ ل (سَـ، عَـ) }

لوصلنا إلى:

.1	Λ سـ (ك (سـ، صَـ) ← ل (سَـ، عـ))		
.2	ك (سَـ، صَـ) ٨ ـ ل (سَـ، عَـ)		✔
.3	ك (سَـ، صَـ)	2/ تش ٨	
.4	ـ ل (سَـ، عَـ)	2/ تش ٨	

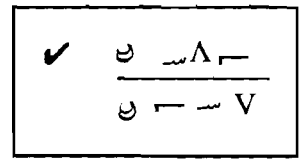
ونتوقف لعدم توفرنا على قاعدة لتشجير Λ (. . .)، ضمن ما عرضناه من قواعد قضوية. لذا سنقوم بإدخال قواعد جديدة تتعلق بتشجير كل من Λ سـ ،Vسـ، ـ V سـ و ـ Λ سـ. ونبدأ بقواعد نفي السورين.

قاعدة نفي السور الجزئي (تشـ V)

$$\frac{\text{ـ V سـ ن}}{\Lambda \text{سـ ـ ن}} \quad ✔$$

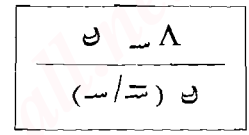
ومؤدى هذه القاعدة أن ـ V سـ ن تُشطب و يُسجل في الفرع النازل منها العبارة Λ سـ ـ ن .

قاعدة نفي السور الكلي (تشـ Λ)



ومؤدى هذه القاعدة أن ـــ Λسـ ن تُشطب و يُسجل في الفرع النازل منها العبارة V سـ ـــ ن .

قاعدة تشجير السور الكلي (تش Λ)



إن كانت العبارة المحصورة كلياً (أي Λسـ ن) صادقة فإن أعيانها تكون هي أيضاً صادقة ن (ت/سـ).

ومادامت القضية الكلية لا تصدق ضمن تأويل ما إلا إذا كانت كل القضايا العينية التي تُشخصها صادقة ضمن ذلك التأويل؛ فهذا بالضبط هو الذي يُبرّر إدخال أية قضية عينيَّة نختارها لتشخيصها. وهذا يعني أنه في أية نقطة من نقط تشييد الشجرة يُمكن للقضية الكلية أن تُشَجَّر بإدخال قضية عينية مشخّصة لها في فرع أو أكثر من الفروع المفتوحة النازلة من القضية الكلية.

ولعلك أدركت السبب، ذلك أن عدد القضايا التي تُشخِّصُ الكلية عدد قد لا يكون نهائياً، فلا يمكننا الانتهاء من تشجيرها. و**عليه فالقضية الكلية لا تُشطب، وهذا هو سبب غياب علامة الشطب من القاعدة**. لا تلزمنا هذه القاعدة بإظهار القضية العينية المشخصة في كل الفروع المفتوحة النازلة من الكلية. ذلك أن كل تعيين غالباً مايكون مفيداً في فرع دون أن يكون كذلك في فرع آخر. ومادامت القضية الكلية لا تُشطب فمن الممكن دوماً العودة لتعيينات جديدة في الفروع التي تبقى مفتوحة.

مثال :

1.	Λ ـ (ك (سـ، صـ) ← ل (سـ، عـ))		عم
2.	(ك (سـ، صـ) ٨ ـــل (سـ، عـ))	✔	عم
3.	(ك (سـ، صـ)		2 / تش ٨
4.	ـــ ل (سـ، عـ)		2 / تش ٨
5.	(ك (سـ، صـ) ← ل (سـ، عـ)	✔	1 / تش Λ ـ
6.	ـــ ك (سـ، صـ)	ل (سـ، عـ)	5 / تش←
	«X»	«X»	
	3	4	

في السطر 5 أدخلنا 'ك (سـ، صـ)←ل (سـ، عـ)' مطبقين قاعدة تش Λ.

لقد كان في إمكاننا اختيار غيرها من الأعيان، لولا أن ما اخترناه كان مفيداً لنا في الوصول بسرعة إلى سَدِّ الشجرة.

قاعدة تشجير السور الجزئي (تش V)

V ـ ن	✔
ن (سـ / سـ)	

مع قيد عدم ظهور سـ في أية نقطة من النقط التي سبقت في الشجرة.

على خلاف القضية المحصورة كلياً، يتم شطب القضية الجزئية عند تطبيق قاعدة تشجيرها. ويرجع هذا لكون صدق V ـ معناه أن هناك بعض ما يصدق عليه ما تقوله ت ، وعليه فلسنا في حاجة لأكثر من واحد منها. باختيارنا لثابت شخصي لم يسبق أن ظهر من قبل في فروع الشجرة أوجدعها نقرر أنه في هذه الشجرة يُشير هذا الثابت إلى الشيء الذي يتصف بما تقوله ت .

والذي مكّننا من هذا هو أن الثابت المختار غريب عن كل الفروع السابقة. فلو لم يكن كذلك لما استبعدنا أن يكون قد كان له دور ما في الشجرة، ولجاز تماماً أن يكون هذا الدور معانداً لما هو عليه الأمر الآن (مثلا أن يكون إسماً لشيء لا يتصف بما تقوله ت ، أو إسم لشيء ليس هو الذي تتحدث عنه ت ، فنصبح أمام نفس الإسم لشيئين مختلفين. وهذا ما أقصيناه من لغتنا المحمولية).

مثال

« بعض السيارات حمراء » و « بعض السيارات ليست حمراء »، يمكن لهاتين القضيتين أن تصدقا معاً، وعليه فالمجموعة المكونة منهما يجب أن تكون متسقة محمولياً؛ لذا وجب أن تكون لها شجرة مفتوحة. غير أنه لو لم نحترم شرط عدم ظهور الثابت الشخصي خلال تشجير القضية الجزئية فقد نصل إلى الشجرة المسدودة التالية :

*(1)

.1	V ـ (ك (س) ٨ ل (س)) ✔	عم
.2	V ـ (ك (س) ٨ ـ ل (س)) ✔	عم
.3	(ك (س) ٨ ل (س)) ✔	1/ تش V
.4	(ك (س) ٨ ـ ل (س)) ✔	2/ تش V (الخطأ)
.5	ك (س)	3/ تش ٨
.6	ل (س)	3/ تش ٨
.7	ك (س)	4/ تش ٨
.8	ـ ل (س)	4/ تش ٨
	« X »	
	6	

(1) * تعني أن الشجرة غير سليمة الإنشاء.

لقد استخدمنا في السطر 4 الثابت الشخصي ≡ الذي سبق ظهوره في السطر 3، وهكذا خرقنا القيد المنصوص عليه مما أدى إلى حصولنا على شجرة مسدودة، رغم أن المجموعة متسقة!.

من العملي المفيد خلال تشييد الشجرة المبادرة بتطبيق قاعدة **تـــش V أولا**. وحين تشجير ∧≡ يُستحسن اختيار الثوابت التي سبق ظهورها.

مثال

{ ∧≡ ∧ص ⟙ ك (≡، ص)، V≡ ك (≡، ≡) }

.1	∧≡ ∧ص ⟙ ك (≡، ص)	عم
.2	V ≡ ك (≡، ≡) ✔	عم
.3	ك (≡، ≡)	2/ تش V≡
.4	∧ص ⟙ ك (≡، ص)	1/ تش ∧≡
.5	⟙ك (≡، ≡)	4/ تش ∧ص
	«X» 3	

لقد بادرنا بتشجير V≡ قبل ∧≡ فتمكنا من الحصول في السطر 4 على ∧ص ⟙ ك (≡، ص) التي تضم الثابت ≡ الذي سبق ظهوره في 3. وفي السطر 5 اخترنا ≡ الظاهر سلفا في 2 وهذا ما سهل عملية سَدّ الشجرة.

لاحظ لو أننا لم نتبع هذه الاستراتيجية لطالت شجرتنا.

.1	∧≡ ∧ص ⟙ ك (≡، ص)	عم
.2	V ≡ ك (≡، ≡) ✔	عم
.3	∧ص ⟙ك (≡، ص)	1/ تش ∧≡
.4	⟙ك (≡، ≡)	3/ تش ∧ص
.5	ك (≡، ≡)	2 تش ∧≡

≡ غير ظاهرة في الشجرة

وهكذا لم تُسد الشجرة، ومادامت ' Λ سـ (. . .) ' لا تشطب فمن الممكن العودة إلى تشخيصها من جديد، وهذا ما يعطينا :

.6	Λصـ — ك (سـ، صـ)	1/ تش Λسـ
.7	—ك (سـ، صـ)	6/ تش Λ صـ
	« X »	
	5	

لاحظ أننا في 6 و7 أعدنا إدخال سـ وصـ على التوالي. فطالت الشجرة واحتجنا لخطوتين إضافيتين وذلك لأننا لم نبادر بتطبيق قاعدة السور الجزئي قبل تطبيق قاعدة السور الكلي.

تذكير : المحصورة الكلية لا تُشطب، وتشخيصها حُرٌّ في اختيار ثوابته الشخصية، ظهرت أو لم تظهر من قبل.

المحصورة الجزئية تُشطب، وتشخيصها مقيد باختيار الثوابت الشخصية التي لم تظهر من قبل.

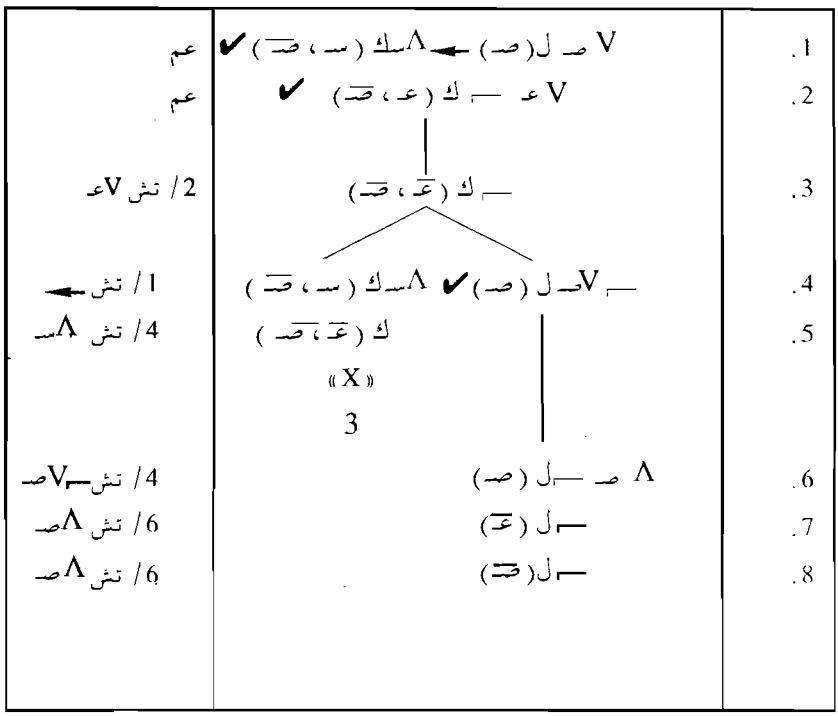
II. الأشجار الصدقية والخصائص الدلالية للغة المحمولية

تمهيد

لتكن شجرة المجموعة القضوية التالية :

$$\{\ \forall\ صـ\ ل(صـ) \leftarrow \Lambda\ سـ\ ك(سـ، صـ)\ ,\ \forall\ عـ\ \neg\ ك(عـ، صـ)\ \}$$

هي :



لهذه الشجرة فرعين، أحدهما مسدود والآخر مفتوح. غير أن الفرع المفتوح لا يضم فقط العبارات الذرية أو نفيها والعبارات المشطبة؛ إنه يضم أيضاً العبارة غير المشطبة ∧ صـ ¬ ل(صـ). في انتظار أن نحدد قضيب عينية لتشخيصها. وواضح أنه

في الإمكان الاستمرار في إدخال قضايا عينية جديدة في نفس الفرع دون التوصل إلى سده؛ إذ سبق لنا في السطرين 7و8 أن استثمرنا كل القضايا ذات الأعيان التي سبق ظهورها في الشجرة ولم نحصل على ما يُلبي غايتنا.

II. 1. الفرع التام المفتوح

على ضوء وجود مثل ذلك النوع من الأشجار، نقوم الآن بوضع تحديد لمعنى الفرع التام المفتوح، وهكذا :

يكون فرع شجرة مجموعة ما من عبارات اللغة المحمولية فرعاً تاماً مفتوحاً إذا وفقط إذا كان فرعاً منتهياً مفتوحاً. أي أنه بعد عدد منته من الخطوات يظل مفتوحاً. وتكون كل عبارة ظاهرة فيه واحدة أو أكثر من بين العبارات الموصوفة التالية :

1. عبارة حرفية (أي عبارة ذرية أو نفي عبارة ذرية)؛

2. عبارة تَمَّ شطبُها؛

3. عبارة محصورة كلياً Λس ت مع تشخيصات لها بعدد الأعيان الظاهرة في الفرع المقصود مع ضرورة ظهور ت (س/س أو س/س) على الأقل مرة واحدة في هذا الفرع.

فيما يلي تلخيص لأهم خصائص الأشجار الصدقية المشيدة لمجموعات عبارات اللغة المحمولية. ونشير هنا إلى أن هذه الخصائص هي نفسها التي تم ذكرها في الفصل السابع، من الجزء الأول **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**، ص ص95-145؛ مع إضافة مفهوم الفرع التام المفتوح :

الفرع المسدود (فد) : هو الفرع الذي يضم نفس العبارة الحرفية ونفيها؛

الفرع المفتوح (فح) : هو الفرع الذي لم يُسد؛

الفرع التام المفتوح (فتح) : هو الفرع المفتوح المنتهي الذي يضم إحدى العبارات أو أكثر من العبارات المذكورة في الفقرة الماضية؛

الشجرة التامة (شت) : هي الشجرة التي يكون كل فرع من فروعها إما مسدوداً أو تاماً مفتوحاً.

الشجرة المسدودة (شد) : هي الشجرة التي سُدَّت كل فروعها.

لاحاجة لذكر أن الشجرة المفتوحة (شح) هي الشجرة التي تضم على الأقل فرعاً واحداً تاماً مفتوحاً.

وقصد إدراك واضح لسبب اشتراطنا ضرورة احتواء الفرع التام المفتوح ـ المشتمل على عبارة كلية ـ على موقع واحد على الأقل لقضية عينية تشخص تلك الكلية، نقوم بفحص المجموعة المحمولية { ¬∀س (ك(س) ∨ ¬ك(س)) } .تقول العبارة التي تشكل العنصر الوحيد في هذه المجموعة أنه من الكذب أن يوجد س بحيث يكون موصوفاً بـ ك أو ليس موصوفاً بها. وواضح لك كذب هذا القول. ومادام مجال القول غير فارغ، فإن القضية كاذبة محموليا. ومن ثمة وجب انسداد شجرة تلك المجموعة المحمولية:

1.	¬∀س (ك(س) ∨ ¬ك(س)) ✔	عم
2.	∧س ¬(ك(س) ∨ ¬ك(س))	1/ تش¬∀س
3.	¬(ك(ت) ∨ ¬ك(ت)) ✔	2/ تش∧س
4.	ك(ت) ¬	3/ تش¬∨
5.	¬ك(ت) ¬ ✔	3/ تش¬∨
6.	ك(ت) ¬	3/ تش¬¬
	«X»	
	4	

نحو ما نشترط ظهور ت (ت/س) مرة واحدة على الأقل في الفرع لكي يكون تام مفتوح لاضطررنا لتوقف في السطر 2، وكان استنتاجنا حينها خاطئاً بكون هذا فرع تام مفتوح (في تلك الخطوة).

عدم الاتساق

تكون مجموعة م من عبارات اللغة المحمولية مجموعة غير متسقة محمولياً إذا وفقط إذا كانت لها شجرة مسدودة.

وسنعمل فيما بعد على بيان أن المجموعة ذات الشجرة المفتوحة تكون متسقة. غير أنه من الأهمية بمكان الإشارة هنا إلى أن العلاقة بين كل من الاتساق وعدمه من جهة وانفتاح الشجرة وانسدادها من جهة أخرى بالنسبة للغة المحمولية ليست بالسهولة التي عهدناها عليها في اللغة القضوية.

فكما سنرى بعد قليل، هناك مجموعات من عبارات اللغة المحمولية تكون متسقة رغم عدم اشتمال أشجارها على فروع تامة الانفتاح، بل قد تكون لها فروع لا نهائية الانفتاح. وعليه سنكون ملزمين بتعديل تصورنا للأشجار المفتوحة حتى نتمكن من اعتبار الأشجار ذات الفروع اللانهائية الانفتاح أشجاراً مفتوحة إذا ما تَم بناؤها بشكل سليم.

وتكشف لنا شجرة المجموعة{Vسك (سـ)} تعقيداً آخر يميز اللغة المحمولية في حين تخلو عنه اللغة القضوية.

1.	Vسـ ك (سـ) ✔	عم
2.	ك (سّ)	1 / تش Vسـ

رغم أن لهذه الشجرة فرعاً واحداً مفتوحاً فنحن لا نستطيع الاستدلال منه/كما كان عليه الشأن في اللغة القضوية/على أن العنصر الوحيد للمجموعة يكون صادقاً إذا وفقط إذا كانت كل عبارة ظهرت في واحد على الأقل من الفروع المفتوحة صادقةً. إفرض أن العبارة Vسـ ك (سـ) هي «البعض قبيح الخلقة»، تكون هذه القضية صادقة حتى ولو كان الشخص المسمى 'سّ'، وليكن هو عمر الشريف، ليس قبيح الخلقة، أي تصدق حتى ولوكانت ك (سّ) كاذبة. بكل تأكيد يمكن القول إنه إذا كانت العبارة الناجمة عن تشجير القضية الجزئية صادقة، صدقت بالأولى الجزئية الأصل. وهذه دعوى ضعيفة قد تبرر لنا اعتبار الشجرة الماضية دليلاً على الاتساق المحمولي للمجموعة {Vسـ ك (سـ)}. وكما رأينا، مادامت العبارة الناجمة عن تشجير الجزئية لا تحتاج في صدقها لصدق ما نجمت عنه، فكيف نستطيع ياترى اعتبار الشجرة التالية مبيِّنة لعدم اتساق المجموعة :

{Vسـ(ك(سـ) ∧ ك (سـ))}؟

.1	V سـ (ك(سـ) ٨ ¬ ك (سـ)) ✔	عم
.2	(ك (س=) ٨ ¬ ك (س=))	1/ تش V
.3	ك(س=)	2/ تش ٨
.4	¬ ك(س=)	2/ تش ٨
	«X»	
	3	

هاهنا ينبغي التفكير على النحو التالي :

إن كان هناك فعلاً شيء في نفس الوقت هو ك وليس هو ك، فإن هناك تأويلاً يُسند ذلك الشيء لـ 'س=' ويجب بالتالي أن تكون 'ك (س=) ٨ ¬ ك(س=)' صادقة ضمن هذا التأويل. لكن الشجرة موضوع نظرنا تبيِّن أنه إذا صدقت '(ك (سـ) ٨ ¬ك(سـ))' ضمن تأويل ما، صدق 'ك (سـ)' و' ¬ ك (سـ)' معاً وفي نفس الوقت. وثابت لنا سلفاً عدم وجود تأويل تكون فيه العبارة الحرفية ونفيها صادقتين معاً. وعليه في الإمكان استنتاج عدم وجود أي تأويل تصدق فيه ' V سـ (ك(سـ) ٨ ¬ك(سـ)) '.

II .2. بناء التأويلات

فيما يلي سنقوم بعرضٍ لكيفية بناء التأويلات بالانطلاق من الفروع التامة المفتوحة. لتكن شجرة المجموعة المحمولية :

{ ٨سـ (ل(سـ) ← م(سـ،سـ))، ـــ ٨صـ(م(صـ،صـ)، V عل(عـ) }

هي :

.1	Λ سـ (ل (سـ) ← م (سـ،سـ))	عم
.2	ـــ Λصـ م (صـ،صـ) ✔	عم
.3	V عـ ل (عـ) ✔	عم
.4	V صـ ـــ م (صـ، صـ) ✔	2/ تش ـــ Λصـ
.5	ـــ م (صَـ، صَـ)	4/ تش Vصـ
.6	ل (عَـ)	3/ تش Vعـ
.7	(ل (صَـ) ← م(صَـ،صَـ)) ✔	1/ تش Λصـ
.8	(ل (عَـ) ← م (عَـ،عَـ)) ✔	1/ تش Λسـ
.9	ـــ ل (عَـ) «X» 6 — م(عَـ،عَـ)	8/ تش ←
.10	ـــ ل(صَـ) — م(صَـ،صَـ) «X» 5	7/ تش ←

وكما تلاحظ؛ فلهذه الشجرة فرعان مسدودان وثالثٌ تام الانفتاح. تستهدف خطتنا بناء تأويل تكون فيه كل العبارات الحرفية في الفرع التام المفتوح صادقةً. يوجد في هذا الفرع ثابتان شخصيان هما صَـ وعَـ. سنأخذ مجال القول باعتباره المجموعة المكونة من العددين الطبيعيين 1 و 2 ونعين لـ صَـ العدد 1 و لـ عَـ العدد 2. والآن علينا بتأويل المحمولين ل و م بحيث تكون ل (عَـ) وم (عَـ،عَـ) صادقتين (لظهورهما في الفرع المفتوح)، وتكون ل (صَـ) و م (صَـ،صَـ) كاذبتين (لظهور ـــ ل (صَـ)) و ـــ م (صَـ،صَـ) في نفس الفرع). من بين أوجه التأويل الممكنة اعتبار ل(سـ) بمثابة «سـ هي 2» واعتبار م (سـ،صـ) هي «سـ عدد زوجي مساوٍ لـ صـ». وهذا ما يوصلنا إلى التأويل التالي :

مـــلـــق : {1، 2}

صـ : 1

عـ : 2

ل (سـ) : سـ هي 2

م (سـ ، صـ) : سـ عدد زوجي مساوٍ لـ صـ.

لاشك أنك لاحظتَ أنه عندمـا يتم بناء التـأويل على هذا المنوال نكون قـد أسندنا لكل ثابت شخصي في الفرع المفتوح عنصراً مختلفاً من مجال القول وأن كل عنصـر من المجـال يتم اسناده إلى ثابتٍ أوآخـر. في هذه الحـالة تصـدق كل مكونات المجـمـوعـة ضـمن هذا التـأويل، أي المجـمـوعـة {Λسـ(ل(سـ) ←م(سـ،سـ)،¬ Λصـ (صـ،صـ)،Vعـ ل (عـ)} . وهذا مـا يثبت لنا أن هذه المجموعة المحمولية مجموعة متسقة.

بالواقع أننا لسنا في حاجة للقيام ببناء تأويل ما كلما واجهتنا شجرة ذات فرع أو أكثر يظل تام الانفتاح؛ يكفينا أن نعلم أنه كلما وصلنا إلى شجرة مفتوحة فهذا دليل على الإتساق المحمولي للمجموعة موضوع الاختبار.

II .3. الخصائص الدلالية الأخرى

باعتماد مفهوم الشجرة المسدودة نقوم بضبط الخصائص الدلالية الأخرى التي تتميز بها العبارات المحمولية أو مجموعات العبارات المحمولية.

الكذب

تكون العبارة المحمولية ص كاذبة محمولياً إذا وفقط إذا كان للمجموعة { ص } شجرة صدقية مسدودة.

الصدق

تكون العبارة المحموليةص صادقة محمولياً إذا وفقط إذا كان للمجموعة{¬ص }شجرة صدقية مسدودة.

العرضية

تكون العبارة المحمولية ص عارضة محمولياً إذا وفقط إذا لم يكن للمجموعة { ص } ولا للمجموعة {⌐ ص } شجرةصدقية مسدودة.

اللزوم

تستلزم المجموعة المنتهية (**محل**) المكونة من عبارات محمولية العبارة ص إذا وفقط إذا كان لـ '{محل U⌐ص }' شجرة صدقية مسدودة.

التلازم

تكون العبارتان المحموليتان ص و ≙ متلازمتين محمولياً إذا وفقط إذا كان للمجموعة{⌐(ص ↔ ≙) } شجرة صدقية مسدودة.

الصحة

يكون الاستدلال صحيحاً محمولياً إذا وفقط إذا كان للمجموعة المكونة من مقدماته ومن نفي نتيجته شجرة صدقية مسدودة.

II. 4. الفرع الناقص المفتوح

لقد سبق القول بأن المجموعة المحمولية تكون متسقة إذا كان لها شجرة صدقية مفتوحة، كما سبق تعريف هذه الشجرة على أساس اشتمالها على فرع تام مفتوح. لكن هناك مجموعات محمولية لا تتوفر على مثل هذا النوع من الأشجار رغم كونها مجموعات متسقة. لننظر في الشجرة التالية :

.1	∧صـVعـ ك (صـ ، عـ)	عم
.2	Vعـ ك (صَـ، عـ) ✔	1/ تش ∧صـ
.3	ك(صَـ ، عَـ)	2/ تش Vعـ
.4	Vعـ ك (عَـ، عـ) ✔	1/ تش ∧صـ
.5	ك (عَـ ، سَـ)	4/ تش Vعـ
.6	Vعـ ك (سَـ ، عـ) ✔	1/ تش ∧صـ
.7	ك (سَـ ، قَـ)	6/ تش Vعـ
.	.	.
.	.	.
.	.	.

باستمرار سيظل هذا الفرع الوحيد في هذه الشجرة ناقصاً ولا أمل في سده أو في الوصول إلى تمام انفتاحه. ذلك أنه كلما شخّصنا الكلية فيه إلا ووجب شطب الجزئية الناجمة؛ وكلما قمنا بشطب الجزئية إلا وظهر ثابت شخصي جديد يفرض علينا حضوره ضرورة إدخال قضية عينية جديدة لتشخيص الكلية، وهكذا دواليك إلى مالانهاية له.

نطلق على مثل هذا النوع من الفروع (الذي لا يمكن سده كما لا يمكن من خلال خطوات معدودة منتهية الوصول إلى إتمام انفتاحه) اسم **الفرع الناقص المفتوح**.

وكلما احتوت شجرة صدقية لمجموعة محمولية ما على مثل هذا الفرع إلا ووجب اعتبار تلك المجموعة المحمولية مجموعة متسقة.

ونضبط مجدداً مفهوم الشجرة المفتوحة كما يلي :

الشجرة الصدقية المفتوحة

تكون الشجرة الصدقية مفتوحة إذا وفقط إذا ضمّت على الأقل فرعاً مفتوحاً أو فرعاً ناقصاً مفتوحاً.

ونضع :

تكون المجموعة المحمولية المنتهية متسقة محمولياً إذا وفقط إذا كانت شجرتها الصدقية مفتوحة.

إن وجود مثل هذا النوع من الفروع الناقصة المفتوحة لخير دليل على أن طريقة الأشجار الصدقية ليست **وسيلة قاطعة للبت** في الإتساق المحمولي للعبارات. إذ أنها لا تسمح لنا دوماً بالوصول إلى جواب قاطع عن اتساق عبارة ما بعد عدد محدود من التطبيقات لقواعد التشجير. وبعبارة أخرى، ليس صحيحاً أنه بالنسبة لكل العبارات المحمولية يمكن للطريقة الشجرية أن تؤدي إلى جواب حاسم عن السؤال : **هل هذه العبارة المحمولية متسقة؟**

إن عدم أهلية الطريقة الشجرية للقيام بمهمة البت القاطع يرجع بالأساس لغياب نهج إيجابي فعال لضبط ما إذا كان الفرع الناقص المفتوح فعلاً فرعاً لا منتهياً لا يمكن سدّه أو أنه يجب أن يظل مفتوحاً.

حقاً أنه من بين الفروع المفتوحة ما يسهل إدراك نقصانه ـ لانهائية انفتاحه ـ مثل حالة الفرع الوحيد الذي سبق فحصه أعلاه؛ لكن منها مالا يدرك بمثل تلك السهولة إذ قد يكون فرعاً تاماً مفتوحاً إذا ما طالت معالجته بشكل مضبوط.

أضف إلى كل هذا أن الفروع غير القابلة للانتهاء قد تتعدد في الشجرة الواحدة. وعليه فمن الممكن جداً أن يهدر المرء وقته في محاولة إتمام الفرع اللامنته في الوقت الذي ينبغي عليه فيه أن يوجه اهتمامه للفرع الممكن تبيُّن تمامية انفتاحه للوصول إلى بيان انفتاح الشجرة.

وأمام رجحان وجود مثل هذه العوائق من المستحب المحمود رسم نهج مرتوب لتشييد الأشجار الصدقية. غير أنه لا مطمح لهذا النهج في تجاوز مشكل البت هنا؛ بل إن غايته تكمن بالأولى في الحالة التي تكون فيها المجموعة المحمولية غير متسقة أن يؤدي بنا بعد عدد محدود من الخطوات إلى الوصول إلى شجرة مسدودة. نُطلق على هذا النهج المرتوب إسم **المخطط** ونجمله كمايلي :

المخطط

إن سُدَّت الشجرة في أية خطوة من الخطوات،
توقف : المجموعة المحمولية غير متسقة؛

إن تبيَّنَ أن فرعاً من فروع الشجرة تام الانفتاح في
أية خطوة من الخطوات،
توقف : المجموعة المحمولية متسقة

1. صفِّف عناصر المجموعة المحمولية المراد اختبارها،

2. شَجِّر كل العبارات القضوية المركبة وكل العبارات ذات الصورة V سـ ي ونفس الأمر بالنسبة لما ينجم عنهما من عبارات مركبة أو عبارات ذات الصورة V̲ ي .

3. شجِّر كل عبارة ذات الصورة Λ سـ ي مُدخلاً في كل فرع مفتوح نازل منها القضايا العينية التي تشخِّصها (ي (ســ/سـ)) والتي لم يسبق إدخالها من قبل في هذا الفرع ووظف الثوابت الشخصية التي سبق ظهورها في هذا الفرع النازل. وفي كل فرع مفتوح نازل من Λ سـ ي لم يظهر أي ثابت شخصي قُم بتشجير Λ سـ ي إلى قضية عينية يكون ثابتها هو ' ســ ' .
كرِّر المرحلة 3 بالنسبة لكل Λ سـ ي تظهر في الشجرة. وعد إذن إلى المرحلة 2.

نطلق على الأشجار الصدقية التي تُشَيَّد طبقاً لهذا المخطط اسم الأشجار المُنسَّقة. وعليه فلبناء شجرة منسَّقةٍ ما علينا إلا باتباع التعليمات الواردة في المخطط وبمراعاة ترتيبها.
من فوائد اتباع هذا المخطط أنه يُجنبنا الإشكالات المشار إليها قبل عرضه، لكن عيبه أنه قد يؤدي بنا إلى أشجار باسقة متعاظمة الأغصان.

تمارين محلولة تقوم مقام الأمثلة [1].

9.2E.p.172

1.a

1.	Λ سـ ك (سـ)	عم
2.	Λ صـ ـ (ك (صـ) ٧ ل (صـ،صـ))	عم
3.	ـ (ك (صـ) ٧ ل (صـ،صـ)) ✔	2/ تش Λصـ
4.	ـ ك(صـ) ✔	3/ تش ٧
5.	ـ ل (صـ، صـ)	3/ تش ٧
6.	ك(صـ)	1/ تش Λسـ
	«X»	
	4	

1) ستحمل هذه الأمثلة أرقامها الأصلية عند Merrie و James و Jack في كتابهم **Solutions to selected exercises in the logic Book** انظر رسمه الفردي بآخر كتابنا هذا ضمن لائحة المراجع .

لعلك أدركت أن الشجرة الماضية، شجرة مسدودة للمجموعة المحمولية المكونة من مقدمة وسلب نتيجة الصورة الاستدلالية المحمولية :

$$\frac{\Lambda_{\text{سـ}}\ \text{ك}\ (\text{سـ})}{\text{V}\ \ \text{صـ}\ (\text{ك}(\text{صـ})\ \ ^{\wedge}\ \text{ل}\ (\text{صـ},\text{صـ}))}$$

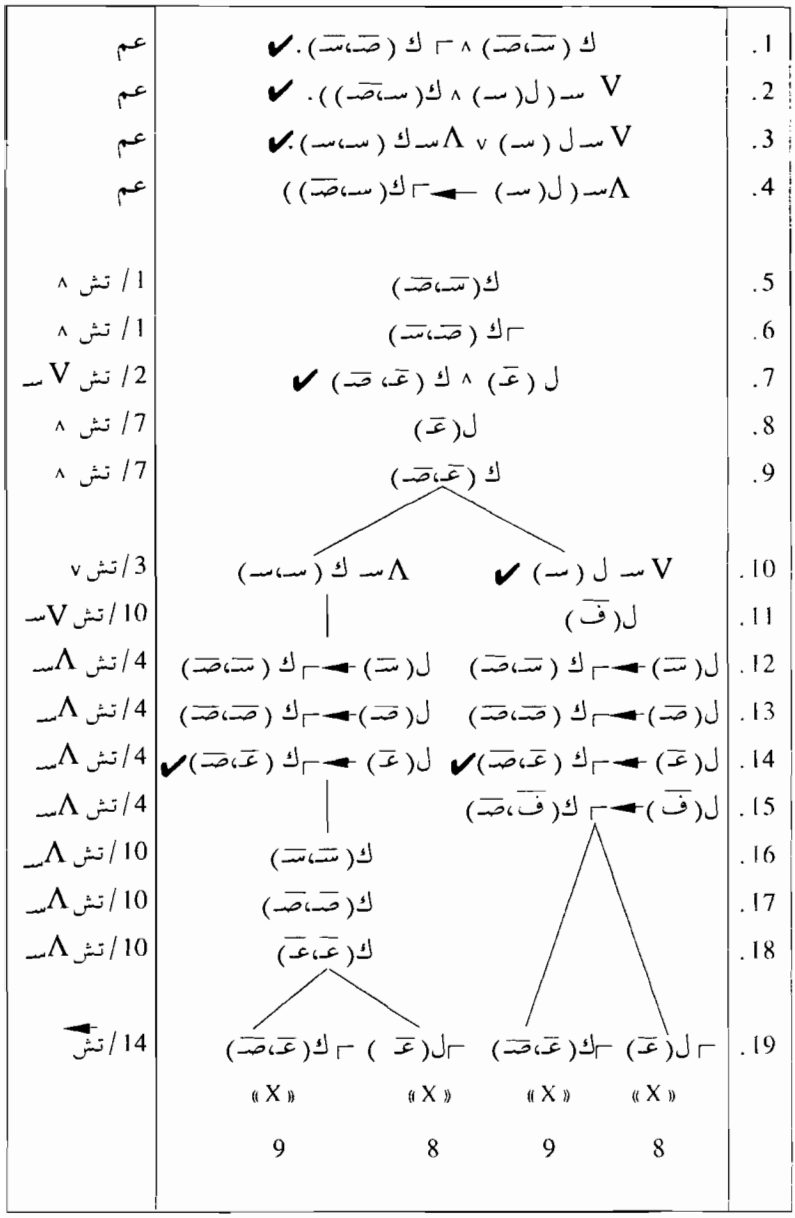
وبها بيان صحتها لعدم اتساق المجموعة المكونة من مقدمتها وسلب نتيجتها.

9.3E.p.182
2.2

.1	$\Lambda_{\text{سـ}}$ V صـ [¬(ك (سـ،سـ،صـ) ٧¬ك (سـ،سـ،صـ))]	عم
.2	V صـ [¬(ك (سـ،سـ،صـ) ٧¬ك (سـ،سـ،صـ))] ✔	1/ تش $\Lambda_{\text{سـ}}$
.3	¬(ك (سـ،سـ،صـ) ٧¬ك (سـ،سـ،صـ)) ✔	2/ تش Vصـ
.4	¬ك (سـ،سـ،صـ)	3/ تش $\neg_{\text{٧}}$
.5	¬¬ك (سـ،سـ،صـ) ✔	3/ تش $\neg_{\text{٧}}$
.6	ك (سـ،سـ،صـ)	5/ تش ¬¬
	«X»	
	4	

9.3E.p.187

6.a

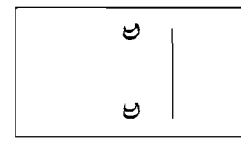

1. ك (سـ،صـ) ٨ ⌐ ك (صـ،سـ) ✔ عم
2. ∨ سـ (ل (سـ) ٨ ك (سـ،صـ)) ✔ عم
3. ∨ سـ ل (سـ) ∨ ∧ سـ ك (سـ،سـ) ✔ عم
4. ∧ سـ (ل (سـ) ← ⌐ ك (سـ،صـ)) عم
5. ك (سـ،صـ) 1/ تش ٨
6. ⌐ ك (صـ،سـ) 1/ تش ٨
7. ل (عـ) ٨ ك (عـ، صـ) ✔ 2/ تش ∨ سـ
8. ل (عـ) 7/ تش ٨
9. ك (عـ،صـ) 7/ تش ٨
10. ∨ سـ ل (سـ) ✔ | ∧ سـ ك (سـ،سـ) 3/ تش ∨
11. ل (فـ) 10/ تش ∨ سـ
12. ل (سـ) ← ⌐ ك (سـ،صـ) | ل (سـ) ← ⌐ ك (سـ،صـ) 4/ تش ∧ سـ
13. ل (صـ) ← ⌐ ك (صـ،صـ) | ل (صـ) ← ⌐ ك (صـ،صـ) 4/ تش ∧ سـ
14. ل (عـ) ← ⌐ ك (عـ،صـ) ✔ | ل (عـ) ← ⌐ ك (عـ،صـ) ✔ 4/ تش ∧ سـ
15. ل (فـ) ← ⌐ ك (فـ،صـ) 4/ تش ∧ سـ
16. ك (سـ،سـ) 10/ تش ∧ سـ
17. ك (صـ،صـ) 10/ تش ∧ سـ
18. ك (عـ،عـ) 10/ تش ∧ سـ
19. ⌐ ل (عـ) ⌐ ك (عـ،صـ) | ⌐ ل (عـ) ⌐ ك (عـ،صـ) 14/ تش ←
« X » « X » « X » « X »
8 9 8 9

ثالثا : المسلك الاستنباطي

I. الاستنباط الطبيعي في اللغة المحمولية

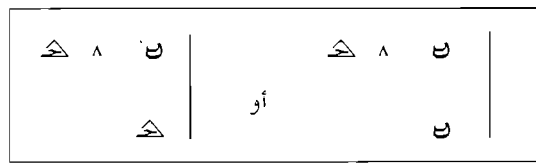
I. ا. في الحالة التي تتكون فيها عبارات اللغة المحمولية من قضايا شخصية فقط ودون ظهور عبارات محصورة كلياً أو جزئياً أو عبارات مهملة فإن القواعد التي سبق عرضها وتطبيقها على اللغة القضوية (انظر الجزء الأول = **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**) تظل كافية لممارسة الاستنباط الطبيعي على اللغة المحمولية. فيما يلي تذكير بتلك القواعد :

قاعدة التكرار (تك)



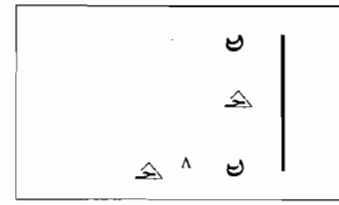
إذا كان لك ن ، إستنبط ن .

قاعدة حذف الوصل (ح ٨)



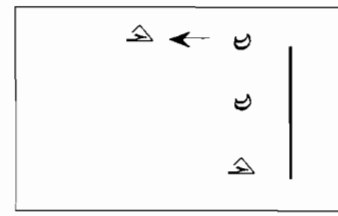
إذا كان لك ن ٨ ﻕ إستنبط ن ، أو استنبط ﻕ

قاعدة إدخال الوصل (ل ٨)



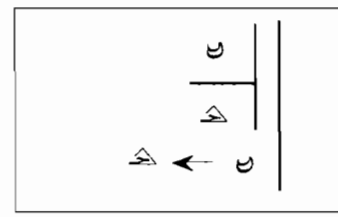
إذا كان لك ق وكان لك ك فاستنبط ق ٨ ك .

قاعدة حذف الشرط (ح ←)



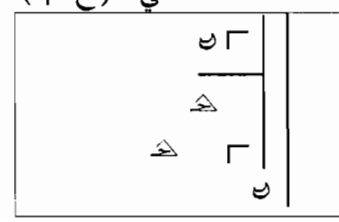
إذا كان لك ق ← ك وكان لك ق فاستنبط ك .

قاعدة ادخال الشرط (ل ←)



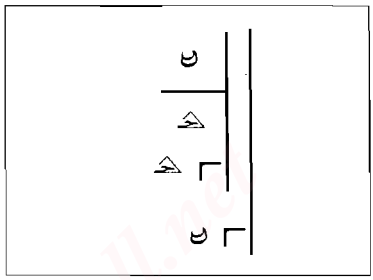
في عمودٍ للاستباط الفرعي نتجت فيه ك عن ق
استنبط في العمود الرئيسي المباشر ق ← ك

قاعدة حذف النفي (ح ¬)



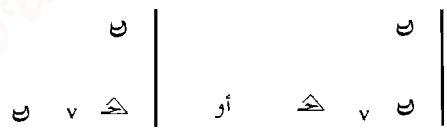
في عمودٍ للاستباط الفرعي، إن نتج لك عن ⊐ ن قضية ونفيها ⊰ و ⊐ ⊰ ، استنبط في العمود الرئيسي المباشر ن .

قاعدة إدخال النفي (ل ⊐)



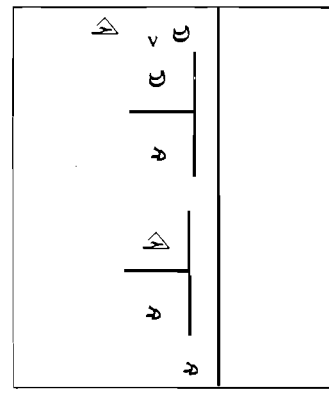
في عمودٍ للاستنباط الفرعي؛ إن نتج لك عن ن قضية ونفيها ⊰ و ⊐ ⊰ ، استنبط في العمود الرئيسي المباشر ⊐ ن

قاعدة إدخال الفصل (ل ∨)



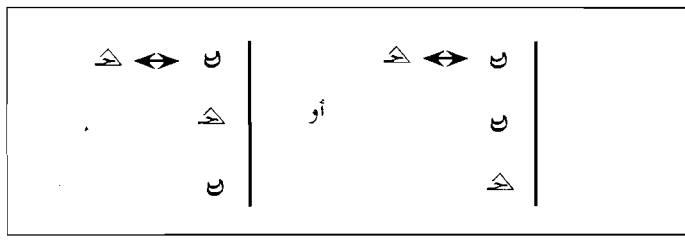
إذا كان لك ن ، فاستنبط ن ∨ ك أواستنبط .
ك ∨ ن

قاعدة حذف الفصل (ح ∨)



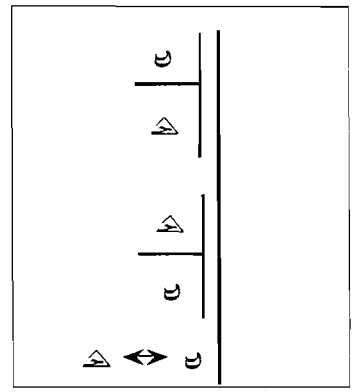
إذا كان لك ن ∨ ك ، ونتج لك في عمودين
فرعيين للاستنباط عن ن نتج هـ وعن ك نتج هـ
فاستنبط في العمود الرئيسي المباشر هـ .

قاعدة حذف التشارط (ح↔)



إذا كان لك ن ↔ ك ،استنبط ن ثم استنبط
ك أو استنبط ك ثم استنبط ن .

قاعدة إدخال التشارط (ل ⇔)



في عمودين فرعيين للإستنباط إن نتج لك ﷺعن ن ونتج لك ن عن ﷺ، فاستنبط في العمود الرئيسي المباشر ن ⇔ ﷺ.

للارتياض على تطبيق هذه القواعد عليك بالرجوع إلى الكتاب المشار إليه في بداية هذا الفصل.

I. 2. نأتي الآن إلى القواعد التي تنطبق على باقي عبارات لغتنا المحمولية. وهي قواعد تخص الأسوار.

قاعدة حذف السور الكلي

تسمح لنا هذه القاعدة باستنباط قضية شخصية من قضية محصورة كلياً؛ لذا سنطلق عليها اسم : تشخيص الكليَّات (**شك**).

ليكن الاستدلال :

كل إنسان فان

سقراط إنسان

سقراط فان

إن معنى الصحة المحمولية لهذا الاستدلال هو إمكانية استنباط النتيجة « سقراط فان » من المقدمتين : « كل إنسان فان وسقراط إنسان ».

في لغتنا الرمزية المحمولية يُكتب هذا الاستدلال على صورة :

$$\frac{\Lambda س\ (ك(س) \leftarrow ل(س))}{\begin{array}{c}ك(\overline{س}) \\ \hline ل(\overline{س})\end{array}}$$

في الاستنباط الطبيعي، تُؤخذ المقدمات كفرضيات للاستنباط محتلةً الرأس في عمود الاستنباط هكذا :

1	$\Lambda س\ (ك(س) \leftarrow ل(س))$	فرضية
2	$ك(\overline{س})$	فرضية

وفي الخطوة الموالية سنقوم بتطبيق قاعدة حذف السور الكلي بقيامنا بتشخيص المتغير س في الخطوة رقم 3 وهكذا :

1	$\Lambda س\ (ك(س) \leftarrow ل(س))$	فرضية
2	$ك(\overline{س})$	فرضية
3 ←	$(ك(\overline{س}) \leftarrow ل(\overline{س}))$	1/ شك

أما في الخطوة الرابعة والأخيرة فسنقوم باستثمار قاعدة حذف الشرط هكذا :

1	Λ سـ (ك (سـ) ← ل(سـ))	فرضية
2	ك($\overline{\text{سـ}}$)	فرضية
3	(ك($\overline{\text{سـ}}$) ← ل($\overline{\text{سـ}}$))	1 / شك
4←	ل($\overline{\text{سـ}}$)	(3+2) / ح ←

ونضع القاعدة (**شك**) :

Λ	ص
ص	($\overline{\text{سـ}}$/سـ)

إن كان لك Λ سـ ص كإحدى عبارات اللغة المحمولية فلك أن تستنبط ص($\overline{\text{سـ}}$/سـ) وذلك بإبدال الثابت الشخصي $\overline{\text{سـ}}$ بالمتغير سـ؛ وهذا هو ما تعنيه الكتابة ($\overline{\text{سـ}}$/سـ).

ملاحظة

لا نقيد اختيارنا للثابت الشخصي بأي قيد، فنحن أحرار في اختيار الثوابت سواء منها تلك التي ظهرت سلفاً في عمود الاستنباط أو تلك التي لم تظهر.

أمثلة :

1. 1.	Λ سك(سـ،$\overline{\text{صـ}}$)	فرضية
2.	ك($\overline{\text{سـ}}$،$\overline{\text{صـ}}$)	1 / شك

لقد قمنا باختبار سـ رغم أنه لم يسبق أن حضر في العبارة Λسـ ك (سـ،صـ) . وهكذا لو كان لنا : كل واحد يحب مريم، فلنا أن نستنبط أن : أحمد يحب مريم.

2.	1 . Λسـ ك(سـ،صـ)	فرضية
	2. ك(صـ،صـ)	1 / شك

لقد قمنا باختيار الثابت الشخصي صـ الذي سبق حضوره في العبارة 1 . وهكذا إن كان لنا : كل واحد يحب مريم، فلنا أن نستنبط أن : مريم تحب نفسها.

قاعدة إدخال السور الوجودي (أو البعضي)

ستسمح لنا هذه القاعدة باستنباط قضية محصورة وجودياً (أو بعضياً) من قضية شخصية لذا سنطلق عليها اسم : تبعيض الشخصيات، أو الحصر الوجودي للشخصيات (حج).

ليكن الاستدلال :

هذا الذهب معدن وهو ثمين

بعض المعادن ثمين.

في لغتنا المحمولية يُكتب هذا الاستدلال هكذا .

$$\frac{\text{ك}(\text{صـ}) \quad \wedge \quad \text{ل}(\text{صـ})}{\text{Vسـ}(\text{ك}(\text{سـ}) \quad \wedge \quad \text{ل}(\text{سـ}))}$$

بوضعنا المقدمة الوحيدة في هذه الصورة كفرضية في رأس عمود الاستنباط أولاً ثُم القيام بحصر وجودي لها في خطوة ثانية نحصل على :

1.	ك (س̄) ∧ ل(س̄)	فرضية
2.	V س ـ (ك(س) ∧ ل (س))	ا/حج

ونضع القاعدة (**حج**) :

ن (س̄/س)
V س ـ ن

إن كان لك ن (س̄/س) كإحدى عبارات اللغة المحمولية (التي تحل فيها الثوابت الشخصية محل المتغيرات) فلك أن تستنبط V س ـ ن. أو قل : إن كان لنا القضية الشخصية ن (س̄)، فلنا أن نستنبط حصرها الوجودي V س ـ ن .

ملاحظة

لا تشترط هذه القاعدة التقييد الوجودي لكل الثوابت الشخصية الواردة في الافتراض، فنحن أحرار في اختيار ما نشاء لأغراضنا.

أمثلة :

1.	ا.	ك (س̄ ، س̄)	فرضية
	2.	V س ـ ك(س ، س)	ا/حج.

في هذا المثال قمنا بتقييد وجودي لكل الثوابت الواردة في 1. وبالفعل إن كان : أحمد يشبه نفسه، فإن : بعض الناس يشبه نفسه.

2.	1.	ك (س̄ ، س̄)	فرضية
	2.	V س ـ ك(س̄ ، س)	1/ حج.

وفي هذا قيدنا وجودياً ثابتاً واحداً من بين الاثنين الحاضرين في المقدمة 1.
وبالفعل إن كان : أحمد يشبه نفسه، فإن أحمد يشبه بعض الناس.

3.	1.	ك (س̄ ، س̄)	فرضية
	2.	Vس ـ ك(س̄ ، س)	1/ حج.

قيدنا هنا الثاني من الإثنين الظاهرين في 1. وبالفعل إن كان : أحمد يشبه أحمد، فإن بعض الناس يشبه أحمد.

تذكير

في القاعدتين الماضيتين (شك وحج) لايوجد أي قيد على اختيار المتغيرات الشخصية أو الثوابت.

قاعدة إدخال السور الكلي

ستسمح لنا هذه القاعدة الجديدة باستنباط قضية محصورة كلياً من إحدى شخصياتها لذا سنطلق عليها اسم : **الحصر الكلي للشخصيات (حك)**.

ليكن الاستدلال :

(1) كل إنسان حيوان
كل حيوان يتغذى
كل إنسان يتغذى

بالتفكير من خلال شخص واحد يمكننا تتبع الخطوات التالية التي تؤدي بنا إلى استنباط النتيجة من المقدمات. ليكن هذا الشخص هو زيد؛ فمن المقدمة الأولى يمكن استنباط : إذا كان زيد إنساناً فإنه حيوان. ومن المقدمة الثانية نستنبط : وإذا كان زيد حيواناً فإنه يتغذى.

ومن كل هذا نستنتج :

إذا كان زيد إنساناً فإنه يتغذى.

إن اختيارنا لزيد كان اتفاقاً. وهذا يعني أنه في الإمكان اختيار غيره، عمرو أوسفيان...الخ. ورغم أن محاكمتنا العقلية قامت على شخص واحد، فإن النتيجة مع ذلك لاتتوقف فقط على فرد واحد، بل تتعلق بكل واحد. وعليه أمكن استنتاج:

كل إنسان يتغذى

في لغتنا المحمولية نصوغ صورة الاستدلال السابق :

Λ سـ (ك(سـ) ← ل(سـ))

Λ سـ (ل(سـ) ← م(سـ))

Λ سـ (ك(سـ) ← م(سـ))

أما التفكير غير الصوري الذي قمنا به بالاعتماد على الشخص زيد فتتم صياغته في خطوات الاستنباط الطبيعي على هيئة :

(1)

1.	Λ سـ (ك(سـ) ← ل(سـ))	فرضية
2.	Λ سـ (ل(سـ) ← م(سـ))	فرضية
3.	(ك(سـ) ← ل(سـ))	1 / شك
4.	(ل(سـ) ← م(سـ))	2 / شك
5.	ك(سـ)	فرضية
6.	ل(سـ)	(5+3) / ح ←
7.	م(سـ)	(6+4) / ح ←
8.	(ك(سـ) ← م(سـ))	(7-5) / ل ←
9.	Λ سـ (ك(سـ) ← م (سـ))	8 / حك.

فبعد تطبيقنا لقاعدة حذف السور الكلي على 1 في الخطوة 3 وعلى 2 في الخطوة 4، قمنا في الخطوة 5 بإدخال الفرضية الجديدة التي اخترنا فيها شخصاً معيناً وذلك لكي نتمكن من إدخال الشرط في الخطوة 8 ليتيسر لنا تطبيق قاعدة إدخال السور الكلي (حك) وذلك في الخطوة الأخيرة رقم 9.

لنفحص الآن حالة استدلال لا يجوز فيها للنتيجة أن تُحصر كلياً.

(2) نوح إنسان وهو نبي الله.
وكل إنسان حيوان.
وكل حيوان يتغذى.
؟

من المقدمة الأولى نستنبط أن نوح إنسان، ومن الثانية أنه إذا كان إنساناً فإنه حيوان ومن ثمة نستنتج النتيجة :

نوح يتغذى

لقد لزمت هذه النتيجة عن تلك المقدمات فهل يمكن تعميمها لتشمل كل إنسان؟ الواقع أنه لا يمكن ذلك لأن الشخص هنا لم يتم اختياره اتفاقاً : بل هو شخص معلوم لنا سلفاً. فما يعطيه لنا الاستنباط الطبيعي هو كالتالي :

1.	ك(سـ) ∧ ن (سـ)	فرضية
2.	∧سـ (ك(سـ ← ل(سـ))	فرضية
3.	∧سـ (ل(سـ) ← م (سـ))	فرضية
4.	ك(سـ)	1/ ح ∧
5.	ك(سـ) ← ل(سـ)	2/ تشك
6.	ل(سـ)	(5-4) / ح ←
7.	ل(سـ) ← م(سـ)	3/شك
8.	م(سـ)	(7-6) / ح ←

كل ما استطعنا استنباطه هنا هو م(س) أي « نوح يتغذى » . في ثوبه العربي، قد يبدو هذا الاستدلال صحيحاً إذا ما استنتجنا منه أن « كل إنسان يتغذى »، إلا أن صدق النتيجة هنا لم يكن لضرورة صورية وإنما لصدفة حدسية، لاحظ أن الاستدلال التالي الذي لا يختلف عنه مطلقاً في الصورة المنطقيّة، يؤدي إلى نتيجة كاذبة رغم جواز صدق مقدماته :

(3) أبو لهب غنى وامرأته حمالة للحطب
وكل غني كسب المال الكثير
وكل من كسب المال الكثير غليظ القلب

عمر بن عبد العزيز غليظ القلب

فما أدرانا بأن عمر بن العزيز غليظ القلب؟ أي من أين لنا أن نُعمم النتيجة في حالة صدقها على أبي لهب؟ تماماً كماهو شأن عدم قدرتنا تعميم النتيجة المتعلقة بنوح.

ونضع الآن قاعدة إدخال السور الكلي (**حك**)

ن (س / س)
Λ ـ ن

إن كانت لك القضية الشخصية ن (س / س) ،فاستنبط Λ ـ ن مراعياً القيدين :

1. عدم وقوع س في فرضية سابقة غير مُشْبَعة ؛
2. عدم وقوع س في Λ ـ ن .

فما منعنا من تعميم النتيجة في الاستدلالين الماضيين (2) و(3) هو القيد الأول، إذ جاءت س في فرضية واقعة في عمود الاستنباط الرئيس فكانت بذلك فرضية غير مشبعة[1]، وذلك على خلاف موقعها الذي جاءت فيه في الاستنباط الطبيعي رقم (1)

(1) عن مفهوم الفرضية المشبعة أنظر كتابنا **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**، ص : 152 .

أعلاه ـ انظر الخطوة 5 التي تَمَّ اشباعها بتمام الخطوة 7 ـ ولتتمثل أكثر هذا القيد ماعليك إلا النظر في :

(*)

1.	ك(س̄)	فرضية (غير مشبعة)
2.	Λس ك(س)	تطبيق خاطئ لحك على 1 .

فلا يجوز لنا استنباط أن « كل عدد زوجي » (أيΛسك(س)) من مجرد علمنا أن « إثنين عدد زوجي » (ك(س̄)) مثلاً !

أما تمثلنا للقيد الثاني الذي يمنع تطبيق القاعدة فيكون من خلال المثال التالي :

فمن : « كل عدد يُساوي نفسه »، لايجوز لنا أن نستنبط أن : « كل عدد يساوي 7 »، أي لا يمكننا تشييد الاستنباط الطبيعي المماثل لـ :

(*)

1.	Λ س ك (س،س)	فرضية
2.	ك (س̄،س̄)	1 / شك
3.	Λ س ك(س،س̄)	تطبيق خاطئ لـ حك على 2.

قاعدة حذف السور الوجودي

تسمح لنا هذه القاعدة باستنباط قضية شخصية من قضية محصورة وجودياً لذا سنطلق عليها اسم : **قاعدة تشخيص البعض (تب)**

ليكن الاستدلال :

إذا كان بعض الناس فلاسفة فابن رشد فيلسوف .
وبعض الناس فلاسفة .
ابن رشد فيلسوف

في اللغة المحمولية يأخذ هذا الاستدلال الصورة :

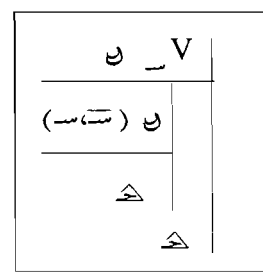
$$\frac{\begin{array}{l} \forall \text{سـ}\ \text{ك}(\text{سـ}) \rightarrow \text{ك}(\overline{\text{صـ}}) \\ \forall \text{سـ}\ \text{ك}(\text{سـ}) \end{array}}{\text{ك}(\overline{\text{صـ}})}$$

وغني عن البيان أن أمر استنباط نتيجته من مقدماته قائم هنا على قاعدة حذف الشرط فقط. لكن المقدمة الأولى ليست إلا Λسـ (ك(سـ) ← ك($\overline{\text{صـ}}$)) بناءً على قاعدة تحرك الأسوار رقم 12 (انظر الفصل الأول، III.3.9). فكيف نتعامل مع هذا المعطى الجديد؟

1.	Λسـ (ك (سـ) ← ك($\overline{\text{صـ}}$))	فرضية
2.	$\forall$ سـ ك (سـ)	فرضية
3.	ك($\overline{\text{سـ}}$)	فرضية
4.	ك($\overline{\text{سـ}}$) ← ك($\overline{\text{صـ}}$)	1 / شك
5.	ك($\overline{\text{صـ}}$)	(4-3) / ح ←
6.	ك ($\overline{\text{صـ}}$)	2+(5-3) / تب

في الخطوة رقم 3 قمنا باختيار اتفاقي لشخص هو $\overline{\text{سـ}}$ وأدخلنا القضية الشخصية ك($\overline{\text{سـ}}$) كفرضية جديدة يُراد إشباعها وهي كما تلاحظ تشكل تشخيصاً للقضية الوجودية رقم 2. وبعد أن أُشبعت قمنا باستنباط ك ($\overline{\text{صـ}}$) في الخطوة 6.

نضع القاعدة (**تب**) :



إن كـــان لكV ـ ـ ونتج في عـــمـــود فـــرعي عن ـ (ـ/ـ) العبارة ـ، فاستنبط في العمود الرئيس ـ .

لهذه القاعدة ثلاثة قيود تضبط قابليتها للتطبيق وهي :

1. عدم وقوع ـ في فرضية غير مشبعة (أي الفرضية التي تقع في نفس عمود الاستنباط الذي تقع فيه V ـ ـ) ؛
2. عدم وقوع ـ في V ـ ـ ؛
3. وعدم وقوع ـ في ـ .

ومثال خرق القيد الأول :

(*)			
← 1.	ك(ـ)		فرضية (غير مشبعة)
2.	V ـ ل(ـ)		فرضية
← 3.	ل(ـ)		فرضية (**الخطأ**)
4.	ل(ـ) ∧ ك(ـ)	(3+1) / ل ∧	
5.	V ـ (ل(ـ) ∧ ك(ـ))	4/حج	
6.	V ـ (ل(ـ) ∧ ك(ـ))	(*)	

لاحظ أن الشخص ـ الذي اخترناه لتشخيص V ـ ل(ـ) في الخطوة 3 قد تم وقوعه في الفرضية غير المشبعة رقم 1 . فإن صدق أن « 4 عدد زوجي » (ك(ـ)) وصدق أن « بعض الأعداد فردية » أي (V ـ ل(ـ)) فمن الكذب أن « بعض الأعداد الزوجية فردية »، وهذا ماقالته القضية رقم 6 .

ومثال خرق القيد الثاني :

(*)

1.	∧سـ Vصـ كـ(صـ،سـ)	فرضية
2.	Vصـ لـ(صـ،س=)	1/شك
3. ←	كـ(س=،س=)	فرضية (**الخطأ**)
4.	Vسـ كـ(سـ،سـ)	3/حج
5.	Vسـ كـ(سـ،سـ)	(*)

لاحظ أن الشخص الذي اخترناه لتشخيص 2 سبق أن وقع فيها أي فيVصـ كـ (صـ،س=)(وهو س=) كان ذلك في الخطوة رقم 3. فإن صدقت المقدمة1 التي تقول مثلاً «لكل عدد يوجد ماهو أكبر منه»، فإن النتيجة 5 كاذبة لأنها تقول لنا : «يوجد عدد أكبر من نفسه»!

وأخيراً نمثل على خرق القيد الثالث :

(*)

1.	V سـ كـ(سـ)		فرضية
2.		كـ(س=)	فرضية
3.		كـ(س=)	2/تك
4.	كـ(س=)	(*)	1/تب (**الخطأ**)

لاحظ هنا أن الشخص المختار س=قد وقع في كـ(س=) رقم 4 أي وقع في محظور القاعدة ومكانته هذه هي المصرح بها في القيد الثالث. فإن صدق أن «بعض الأعداد سالبة» (V كـ (سـ))، فمن الكذب أن نقول إن : «2 عدد سالب» وهذا ماقالته مثلا القضية رقم 4.

تذكير وتنبيه

لقد عرضنا عليك أربع قواعد جديدة للاستنباط الطبيعي، اثنتان منها لإدخال السورين واثنتان لحذفهما، تُطبَّق **شك** و**حج** بلا قيد على خلاف اشتراط تحرر **حك** من قيدين واشتراط تحرر **تب** من ثلاثة، **فلا تنس القيود**.

وتذكر أيضاً أن تلك القواعد لاتنطبق إلا على الأسوار التي جاءت لها لا لغيرها وفي مكانها لا في مكان غيرها. فإياك ثم إياك أن تأخذ ⊢ Λسـ مأخذ سور كلي أو تأخذ ⊢ Vسـ مأخذ سور وجودي ـ فتنبه ـ ولا أن تأخذ (Λسـ ن ← ﴿) مأخذ كلية وهي وجودية أو تأخذ (Vسـن ← ﴿) مأخذ وجودية وهي كلية. فلغاية عدم إثقال الطريقة بإكثار القواعد اكتفينا بما أعطيناك من قواعد الأسوار وتحركاتها، فارجع لها فيما سلف لك من هذا الكتاب.

لاحظ :

(*) 1.	⊢ Λسـ ك(سـ)		فرضية
2.	⊢ ك(ص)		1 / شك

لوادعيت تطبيق **شك** هنا فأنت مخطئ. لأن الفرضية 1 ليست قضية كلية، بل إن سورها هو Vسـ ذلك أن ⊢ Λسـك(سـ) ترجع بالتلازم إلى Vسـ ⊢ ك (سـ) كما سبق لك أن درست. فإن صدق أن : «ليس كل واحد فيلسوفاً» فمن الكذب أن نقول إن : «ابن رشد ليس فيلسوفاً»!.

كما سنكون مخطئين لو طبقنا **شك** في المثال :

(*) 1.	Λسـ ك(سـ،صـ)←ل(صـ)		فرضية
2.	ك(سـ،صـ)←ل(صـ)		1 / شك

لأن القضية رقم 1 ليست قضية محصورة بسور كلي، بل هي بالواقع **قضية** محصورة وجودياً : $\forall$ س (ك (س، ص) ← ل (ص)) .

(راجع قواعد تحرك الأسوار) .

II . الاستنباط الطبيعي والخصائص الدلالية للغة المحمولية .

كما لاحظت في الفقرات الماضية من هذا الفصل، كان الشكل المشترك لكل الاستنباطات لايخرج عن الهيئة التخطيطية التالية :

1	ل	فرضية
2	ل	قاعدة
.	.	.
.	.	.
.	.	.
ن	⫷	قاعدة

1 . فالخط العمودي النازل يُطلق عليه اسم عمود الاستنباط الرئيسي، وتسميته بالرئيس جاءت بالإضافة لإمكانية وجود أعمدة أخرى ثانية أو ثالثة كمافي :

1.	ل		فرضية
2.	ل		قاعدة
3.		ل	فرضية
4.		⫷	قاعدة
5.	⫷		قاعدة

والفرق بين العمود الرئيسي والأعمدة الثانوية يكمن فيما يلي :
ـ لا تحمل الأعمدة الثانوية النتائج النهائية التي يُراد استنباطها، إذ حاملها وفي آخر سطر منه هو العمود الرئيس.
ـ لاتحمل الأعمدة الثانوية في مداخلها إلا الفرضيات التي يُراد إشباعها، وعليه فإن كل فرضية جاءت قصد الإشباع إلا ويُرسم لها عمود جديد غير العمود الرئيس لكن دائما ضمن مداه.
ـ من هذين الفرقين لا أخالك إلا ملاحظاً أن أطول عمود في كل استنباط طبيعي هو العمود الرئيس.

2. أما الخط الأفقي المتعامد مع الماضي فيسمى خط الاستنباط الرئيس وتسميته بالرئيس جاءت بالإضافة للخطوط التي قد تُرسم أسفله قصد إدخال فرضيات جديدة لم يتم إدخالها فوقه. والفرق بين الخط الرئيس والخطوط الثانوية يكمن فيما يلي :
ـ لاتأخذ الفرضيات غير المشبعة مكانها إلا فوق الرئيس، ويُراد بهذا الكلام أن القضايا المصفوفة فوقه هي مقدمات الإستنباط حتى ولوكانت تلك القضايا مُنعدمة، نعم منعدمة وذلك بمعنى المجموعة الفارغة كما سنرى بعد حين.
ـ والفرق الثاني أوضح في الإبانة عن مقومات تلك الخطوط، فالخط الرئيس رئيس لتقاطعه مع العمود الرئيس والخطوط الثانوية ثانوية لتقاطعها مع الأعمدة الثانوية.
ـ لا أخالك إلا مستنتجاً أن أطول خط للاستنباط هو الخط الرئيس وذلك في كل استنباط طبيعي.

3. إن كل العبارات الظاهرة في الخطاطة الاستنباطية لا تخرج عن فئتين :
إما فرضيات أو عن فرضيات لقاعدة من قواعد الاستنباط الطبيعي.
ويَدُلنا على انتماء عبارة ما إلى فئة من الفئتين مايورده المكتوب في خانة التبرير الواقعة إلى أقصى يسار الخطاطة. ونجد في كل سطر من أسطر هذه الخانة إما كلمة : "فرضية" أو اسم القاعدة المصحوبة بأرقام العبارة أو العبارات التي طبقت عليها. وتوجد هذه الأرقام في الخانة الواقعة إلى أقصى يمين الخطاطة.

4. أما فرضيات الاستنباط الطبيعي فتنقسم إلى قسمين : فرضيات رئيسية وفرضيات مساعدة. ونتعرف على كل منها من موقعها. فالرئيسية هي الواقعة في ابتداء عمود الاستنباط الرئيس والمساعدة هي الواقعة في مطلع الأعمدة الثانوية.

ولا يتم تحصيل مطلوب (إشباع) الفرضية الرئيسية إلا بتمام عملية الاستنباط، أما تحصيل مطلوب المساعدة فلازم ضرورة قبل تحصيل مطلوب الرئيسية. تُستَمد الفرضيات الرئيسية من مقدمات الاستدلالات في حين يتم استمداد الفرضيات المساعدة إثر شحد الذهن بالنظر في المراد تحصيله كما سيأتي بيانه فيما بعد.

ـ وبعد، فالاستنباط الطبيعي في اللغة المحمولية متوالية من العبارات المحمولية، تكون كل واحدة منها إما فرضية (رئيسية أو مساعدة) أو ناتجة عن تطبيق قاعدة من قواعد الاستنباط الطبيعي. وهكذا نضع تعريف مفهوم القابلية للاستنباط.

مفهوم القابلية للاستنباط

تكون العبارة ' ب ' من اللغة المحمولية قابلة للاستنباط من مجموعة منتهية من العبارات المحمولية (**محل**) إذا وفقط إذا تحقق أن هناك استنباطاً طبيعياً تحتل فيه كل عناصر **محل** مواقع الابتداء في عمود الاستنباط الرئيس وتأخذ فيه ' ب ' مكانها في آخر سطر من الاستنباط بعد أن تكون كل الفرضيات المساعدة ـ إن وجدت ـ قد حصلت مطلوبها.

ونكتب رمزياً قابلية ' ب ' للاستنباط من '**محل**' على هذا الشكل :

$$\text{محل} \models ب$$

وإن لم تكن ' ب ' قابلة للاستنباط من '**محل**' ، فإننا نكتب :

$$\text{محل} \not\models ب$$

بوضعنا لهذا التعريف استقام لنا الأساس الاستنباطي لتعريف بقية الخصائص الدلالية.

مفهوم الاستدلال الصحيح

عندما يتحقق لنا أن : 'محل $\models$ ب' علماً أن 'محل' ليست إلا مجموعة المقدمات في استدلال محمولي ما، وأن ' ب' ليست إلا نتيجة، فإننا نقول إن هذا الاستدلال المحمولي استدلال صحيح، ونضع التعريف التالي :

يكون الاستدلال المحمولي صحيحاً صحة استنباطية محمولية إذا وفقط إذا كانت نتيجته قابلة للاستنباط محمولياً من مجموعة مقدماته.

أما عندما يتحقق لنا : 'محل $\nexists$ ن '، فإننا نضع مايلي :

يكون الاستدلال المحمولي فاسداً إذا وفقط إذا لم يكن صحيحاً صحة استنباطية محمولية.

وللتمكن من اختبار صحة استدلال محمولي ما، ماعلينا إذن إلا القيام بمحاولة استنباط نتيجته من مجموعة مقدماته باعتماد ما تَمَّ لنا تحصيله من خطوات وقواعد في الفقرات الماضية.

مفهوم الصحة الاستنباطية

إن وجود عبارة محمولية ما قابلة للاستنباط من مجموعة منتهية غير فارغة من العبارات المحمولية لا يمنع تصور وجود عبارة محمولية ما قابلة للاستنباط من مجموعة فارغة؛ وعليه فسنتحدث في هذه الحالة عن العبارات المحمولية الصحيحة صحة استنباطية. ونضع التعريف التالي :

تكون العبارة المحمولية ' ن ' صحيحة صحة استنباطية محمولية إذا وفقط إذا كانت قابلة للاستنباط من مجموعة فارغة.

ونكتب العبارة التي ينطبق عليها هذا التعريف على هذا الشكل :

$\exists$ ن .

مفهوم التلازم استنباطياً

لننظر في الاستنباطين التاليين :

(1)

1.	⌐ Vسـك (سـ) ٧ ل(صـ)	فرضية
2.	Vسـك(سـ)	فرضية
3.	⌐Vسـك (سـ)	فرضية
4.	⌐ ل (صـ)	فرضية
5.	V سـك (سـ)	2/ تك
6.	V⌐ سـك (سـ)	3/ تك
7.	ل (صـ)	(4 إلى 6) ح ⌐
8.	ل(صـ)	فرضية
9.	ل(صـ)	8/ تك
10.	ل(صـ)	1+(3إلى7)+(8 إلى9)ح ٧
11.	Vسـك (سـ) ← ل(صـ)	(2 إلى 10) ل←

(2)

1.	Vسـك (سـ) ← ل(صـ)	فرضية
2.	⌐(⌐Vسـك (سـ) ٧ ل(صـ))	فرضية
3.	⌐V سـك (سـ)	فرضية
4.	V⌐ سـك (سـ) ٧ ل (صـ)	3/ ل ٧
5.	⌐ (⌐Vسـك (سـ) ٧ل(صـ))	2/تك
6.	V سـك (سـ)	(3 إلى 5) ح ⌐
7.	ل (صـ)	(6+1) ح ←
8.	(⌐V سـك (سـ) ٧ ل(صـ))	7 ل ٧
9.	⌐(⌐Vسـ ك (سـ) ٧ ل(صـ))	2/تك
10.	⌐ Vسـ ك (سـ) ٧ ل(صـ)	(2 إلى 9) ح⌐

ما عسانا نكون قد لاحظناه فيهما أن الفرضية الرئيسية في الأول هي آخر عبارة مستنبطة في الثاني؛ وأن الفرضية الرئيسية في الثاني هي آخر عبارة مستنبطة في الأول. وهذا معناه أن '(V سـ ك (سـ) ← ل(صـ)) ' قابلة للاستنباط من '(V سـ ك (سـ) ∨ ل(صـ)) ' و أن '(¬V سـ ك (سـ) ∨ ل(صـ)) ' قابلة للاستنباط من '(V سـ ك (سـ) ← ل(صـ)) '.

إن توفرنا على مثل هذا الاستنباط المزدوج المتبادل جاز لنا القول : إن العبارتين متلازمتان، ونضع التعريف التالي :

تكون العبارتان المحموليتان ' ﻫ ' و ' ﻫ ' متلازمتين تلازماً استنباطياً محمولياً إذا وفقط إذا كانت ' ﻫ ' قابلة للاستنباط من { ﻫ }، وكانت ' ﻫ ' قابلة للاستنباط من { ﻫ }.

ونكتب التلازم رمزياً على هذا النحو :

ﻫ ⫤⊨ ﻫ

تمارين محلولة للارتياض

(1)

1.	∧سـ (ك(سـ) ← ∧صـ ل(صـ))	فرضية
2.	ك(ﻫ)	فرضية
3.	ك(ﻫ) ← ∧صـ ل(صـ)	1 / شك
4.	∧صـ ل (صـ)	3.2 / ح ←
5.	ل(ﻫ)	4 / شك
6.	ك(ﻫ) ← ل(ﻫ)	5-2 / ل ←

وعليه فإن الصورة الاستدلالية المحمولية :

$$\frac{\Lambda_{س}(ك(س) \leftarrow \Lambda_{ص} ل(ص,=))}{ك(=) \leftarrow ل(=)}$$

صحيحة صحة استنباطية محمولية. ونفس الأمر يُقال على :

$$\frac{V_{ص}[ك(ص) \wedge \Lambda_{س}(ك(س) \leftarrow ل(س،ص))]}{V_{س}(ك(س) \wedge ل(س،س))} \quad (2)$$

(2)

.1	$V_{ص}[(ك(ص) \wedge \Lambda_{س}[ك(س) \leftarrow ل(س،ص)])$	فرضية
.2	$ك(=) \wedge \Lambda_{س}(ك(س) \leftarrow ل(س،=))$	فرضية
.3	$ك(=)$	2/ح ∧
.4	$\Lambda_{س}(ك(س) \leftarrow ل(س،=))$	2/ح ∧
.5	$(ك(=) \leftarrow ل(=،=))$	4/شك
.6	$ل(=،=)$	3+5/ح ←
.7	$(ك(=) \wedge ل(=،=))$	3+6/ ل ∧
.8	$V_{س}(ك(س) \wedge ل(س،س))$	7/ حج
.9	$V_{س}(ك(س) \wedge ل(س،س))$	1+2،8/ تب

حيث تَمَّ استنباط العبارة رقم 9 من العبارة رقم 1 وفي ذلك بيان لصحة الصورة الاستدلالية رقم (2).

(3)

1.	V سـ ⌐ ك (سـ)	فرضية
2.	⌐ك(سـ)	فرضية
3.	Λسـ ك (سـ)	فرضية
4.	ك(سـ)	3/شك
5.	⌐ك(سـ)	2/ تك.
6.	⌐ Λسـ ك (سـ)	3 إلى 5 / ل ⌐
7.	⌐ Λسـ ك (سـ)	2+1 إلى 6/ تب

وعليه فإن 1 تستلزم 7.

(4)

1.	Λ سـ (ك (سـ) ← Λ صـ م (سـ،صـ،عـ))	فرضية
2.	Λ سـ Λعـ (م (سـ،ع،سـ) ← ل(سـ،ع،عـ))	فرضية
3.	ك(سـ)	فرضية
4.	(ك(سـ) ← Λ صـ م (سـ،صـ،عـ))	1/ شك
5.	Λصـ م (سـ،صـ،عـ)	4,3/ ح←
6.	م (سـ،صـ،عـ)	5 / شك
7.	Λعـ (م (سـ،ع،عـ) ← ل(عـ،ع،ع))	2 / شك
8.	م (سـ،صـ،عـ) ← ل(عـ،صـ،صـ)	7 / شك
9.	ل (عـ، صـ، صـ)	8,6 / ح ←
10.	V سـ ل (سـ، صـ، صـ)	9 / حج
11.	ك (سـ) ← V سـ ل (سـ، صـ، صـ)	3 إلى 10 / ل ←

وعليه فإن 1 تستلزم 11 أوقل إن الاستدلال:

Λسـ (ك (سـ) ← Λصـ م (سـ، صـ، عـ))

Λ سـ Λعـ (م(سـ، ع، سـ) ← ل (سـ، ع، ع))

ك (سـ) ← V سـ ل (سـ، صـ، صـ)

صحيح صحة استنباطية محمولية.

لائحة الرموز والكلمات المختصرة

V سـ : سورجزئي (أو بعضي أو وجودي)

Λ سـ : سور كلي

نس : قاعدة نفي السور

تل : قاعدة تلازم الأسوار

تو : قاعدة توزيع الأسوار

تح : قاعدة تحرك الأسوار

خصا : قاعدة اختصار مواقع الأسوار

عر : تعريف

عر : هي بالتعريف

صح : متغير ماورائي للصور الحدية

(ص.ق.ش) : صورة قانونية شاملة.

عست : عبارة سليمة التركيب

مـق : مجال القول

تا : تأويل

سا : اسناد تحققي

محل : مجموعة منتهية من العبارات المحمولية.

(ΤΛ) : قاعدة تصديق الحصر الكلي.

(⊥Λ) : قاعدة تكذيب الحصر الكلي.

(Τ V) : قاعدة تصديق الحصر الجزئي (البعضي)

(⊥V) : قاعدة تكذيب الحصر الجزئي (البعضي)

عر / Λ: قاعدة تشخيص الكلي في المسلك التحليلي

عر / V : قاعدة تشخيص الجزئي في المسلك التحليلي

تش Λ : قاعدة تشجير السور الكلي

تش V : قاعدة تشجير السور الجزئي

تش ⌐ Λ: قاعدة تشجير نفي السور الكلي

تش ⌐ V: قاعدة تشجير نفي السور الجزئي

فد : الفرع المسدود

فح : الفرع المفتوح
فتح : الفرع المفتوح المنته
شت : شجرة تامة
شد : شجرة مسدودة
شح : شجرة مفتوحة
شك : قاعدة تشخيص الكلي في الاستنباطي الطبيعي.
حج : قاعدة الحصر الجزئي (البعضي)
حك : قاعدة الحصر الكلي
تب : قاعدة تشخيص الجزئي (البعضي)
ص : صادقة
ك : كاذبة

ـ إن غاب رمزٌ أو كلمة مختصرة عن هذه اللائحة، فابحث عنه في لائحة كتاب : «**دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**» صص، 169-171.
ـ أو في باب «نحو اللغة المحمولية» من كتابنا هذا.

بعض المراجع المختارة

بالعربية

1. فاخوري، عادل، **المنطق الرياضي**، دار العلم للملايين، بيروت، 1974.
2. الفارابي، أبو نصر، **المنطق عند الفارابي**، تحقيق وتقديم وتعليق، رفيق العجم، دار المشرق، بيروت، 1985، الجزء الأول ويشتمل على : نص **التوطئة**، **الفصول الخمسة**، **إيساغوجي**، **كتاب المقولات**، **كتاب العبارة**.
3. ابن سينا، **الشفاء**، **المنطق**، **٣ العبارة**، تحقيق محمود الخضيري، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، القاهرة، 1970.
4. الرازي، قطب الدين محمود بن محمد، **تحرير القواعد المنطقية في الرسالة الشمسية**، طبعة محمد مصطفى فهمي، المطبعة الابراهيمية، القاهرة، (بدون تاريخ).
5. مرسلي، محمد، **دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي**، دار توبقال، الدار البيضاء، 1989.

بالأجنبية

6. Ammonios d'Hermeias, **Prolégomènes aux Attributions d'Aristote**, dans : **Les Attributions (Catégories)**, trad. Y. Pelletier, Montréal-Paris, 1983.
7. Aristote, **Les Attributions (Catégories)**, trad. Y. Pelletier, Montréal-Paris, 1983.
8. Aristote, **I. L'Organon, De l'Interprétation, Trad.** tricot, vrin, Paris.
9. Bergmann, M., Moor, J., Nelson, J., **The Logic Book**, Random House, New York,1980
10. Copi, M.Irving, **Symbolic Logic**, Fourth Edition, MacMillan Publishing co.Inc., New York, 1973.
11. Dopp, M. Joseph, **Notions de Logique formelle**, Louvain, 1967.
12. Gamut. L.T.F., **Logic, Language, and Meaning**, Chicago and London, 1991.
13. Gauthier, Yvon, **Méthodes et concepts de la logique formelle**, P.U.M, Moutréal, 1978
14. Howson, Colin, **Logic with trees**, London, 1997.
15. Jeffrey, R., **Formal Logic-Its Scope and Limits**, Mc Graw-Hill Book Campany, New York, 1981.
16. Quine, Willard, V.O., **Méthodes de logique**, trad. Maurice Clavelin, A. Colin, Paris, 1972.
17. Kleene, S.C., **Logique mathématique**, trad. Jean Largeault, A. Colin, Paris, 1971.
18. Mendelson, E., **Introduction to Mathematical Logic**, Second Edition, D.Van Nostrand Company, New York, 1979.
19. Moursli, M., **La notion de proposition chez les logiciens arabes au Moyen âge**, thèse présentée à l'Université Laval pour l'obtention du grade de Ph.D, Univ.Laval, Québec, Canada, 1993.
20. Thomas, James, A., **Symbolic Logic**, Bell & Howell Company, Ohio, 1977.

الفهرس

توطئة : من منطق القضايا إلى منطق المحمولات 7

الفصل الأول : تحليل القضية الحملية 9

I. التحليل الأرسطي للقضية 9

II. التحليل المحمولي الحديث للقضية 13

III. الأسوار 25

IV. التحليل المحمولي للقضايا التقليدية الأربعة 38

V. تراكب الأسوار في العبارة 47

VI. قواعد توزيع الأسوار وتحركها واختصار وتبديل مواقعها 51

VII. الصيغ المحمولية القانونية 56

الفصل الثاني : نحو اللغة المحمولية 63

الفصل الثالث : تأويل اللغة المحمولية 73

I. تأويل اللغة المحمولية 73

II. الدلالة الصورية للغة المحمولية 79

III. الاسناد التحققي 81

IV. ملاحظة خاتمة 86

الفصل الرابع : طرق اختبار الخصائص الدلالية للغة المحمولية 89

تمهيد 89

أولاً : المسلك التحليلي 90

I. العبارات المحصورة الواحدية 92

II. العبارات المهملة الواحدية 101

III. العبارات المحمولية الواحدية ذات الحروف القضوية 102

IV. عموم عبارات اللغة المحمولية 107

ثانياً : المسلك التشجيري 118

I. الأشجار الصدقية للغة المحمولية 118

II. الأشجار الصدقية والخصائص الدلالية للغة المحمولية 126

ثالثاً : المسلك الاستنباطي 139

I. الاستنباط الطبيعي في اللغة المحمولية 139

II. الاستنباط الطبيعي والخصائص الدلالية للغة المحمولية 157

لائحة الرموز والكلمات المختصرة 165

بعض المراجع المختارة 167

www.booksall.net

إن التطوير الفعال للفكر العربي المعاصر لا يمكنه أن يتحقق دون إمساك فعلي بعلوم النواة الصلبة للعقلانية. و على رأس هذه العلوم يتربع علم العلم : المنطق. فكما استطاعة الفارابي وابن سينا والغزالي وابن رشد تطويع منطق زمانهم لبنيات لغتهم، أردنا تطويع منطق اليوم حتى يتمكن الفعال الثقافي في مجتمعنا من الإ مساك بمثل أو أحسن بما يمسك به أنداده من الفاعلين في الثقافات النشطة في عالمنا المعاصر.

الثمن : 45 درهم